

**КВАНТОВОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ С ДИССИПАЦИЕЙ:
ПРИЛОЖЕНИЕ К ТУННЕЛЬНОМУ ТРАНСПОРТУ
ДЛЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК
В СИСТЕМЕ СОВМЕЩЕННОГО АСМ/СТМ В УСЛОВИЯХ
ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ (ОБЗОР). ЧАСТЬ II**

Аннотация.

Приведен краткий обзор работ, развивающих науку о квантовом туннелировании с диссипацией, а также ее приложения к различным задачам физики конденсированного состояния, в частности, квантовой мезоскопии наноструктур. Рассмотрено также обобщение метода инстантонов на случай примесных квазистационарных состояний в квантовых молекулах, описываемых в модели двухъямного осцилляторного потенциала. Продемонстрирована гибкость метода инстантонов, позволяющая в сочетании с физикой низкоразмерных систем получать решение задач об оптических и транспортных свойствах квантовых молекул с примесными квазистационарными состояниями в аналитической форме, а также учесть влияние внешних полей. Часть I статьи представлена в № 1 за 2017 г.

Ключевые слова: диссипативное туннелирование, электрическое поле, квантовая молекула.

V. D. Krevchik, M. B. Semenov, P. V. Krevchik

**QUANTUM TUNNELING WITH DISSIPATION:
AN APPLICATION TO TUNNEL TRANSPORT
FOR SEMICONDUCTOR QUANTUM DOTS IN A COMBINED
AFM / STM SYSTEM UNDER EXTERNAL ELECTRIC
FIELD CONDITIONS (REVIEW). PART II.**

Abstract.

A brief review of articles developing the quantum tunneling with dissipation theory, as well as its applications to various problems in condensed matter physics, in particular, quantum mesoscopy of nanostructures, has been presented. A generalization of the instanton method to the case of impurity quasistationary states in quantum molecules described in the model of a double-well oscillatory potential has been also considered. The flexibility of the instanton method is demonstrated, which allows, in combination with the physics of low-dimensional systems, to obtain the solution of problems on the optical and transport properties of quantum molecules with impurity quasistationary states in an analytical form, as well as to take into account the effect of external fields. Part I of the article is presented in № 1 for 2017.

Keywords: dissipative tunneling, electric field, quantum molecule.

Введение

В последние годы наблюдается все возрастающий интерес к оптическим свойствам туннельно-связанных полупроводниковых наноструктур с примесными квазистационарными состояниями (обзор дан в [1]). Этот интерес имеет двоякий характер, так как, с одной стороны, туннельные структуры с примесными состояниями привлекательны с точки зрения создания новых источников стимулированного излучения на основе внутрицентровых оптических переходов и дальнейшее развитие оптоэлектроники требует поиска эффективных методов управления временем жизни примесных состояний. С другой стороны, сочетание оптических и туннельных измерений может служить важным инструментом для исследования новых эффектов, связанных с электрон-фононным взаимодействием и межчастичными корреляциями в низкоразмерных системах.

При изучении задач туннельного распада часто рассматриваются потенциалы типа «кубической параболы» с состояниями как вблизи дна ямы, так и вблизи верхушки барьера (при этом часто одномерные задачи обобщаются на многомерный случай). Помимо классических задач α -распада и мономолекулярных реакций диссоциации, уместно вспомнить известную задачу Франца – Келдыша (ионизация в полях лазерного излучения, состояния вблизи границы непрерывного спектра во внешнем поле), а также развитие науки о квантовом туннелировании с диссипацией применительно к системам с контактами Джозефсона. Сюда же примыкает знаменитая задача Ландау – Зинера (преддиссоциация), магнитный пробой (Займан), эффект Яна – Теллера, спектроскопия переходного состояния в реальном времени (Зивейл) и др. В моделях с двухъямными потенциалами (в том числе асимметричными) изучаются реакции изомеризации, динамическая водородная связь в биологии, а также изомеризация в бистабильных системах (на примере фотохромных материалов). Особый интерес представляют пары связанных бистабильных систем, а также модели квантовых бифуркаций в таких системах [2–9]. Начиная с 1980-х гг. активно изучаются системы и модели туннельно-связанных квантовых точек (КТ) и нитей (КН) [1–129]. Актуальным также оказывается экспериментальное изучение кластеров с небольшим числом степеней свободы методом спектроскопии высокого разрешения (например, реакции изомеризации в газах с молекулами с малым числом степеней свободы). Теоретически важной задачей является рассмотрение перехода от регулярных состояний к эргодическим в упомянутых модельных потенциалах [10]. Исторически начиная с работ Ландау, Вигнера и Зельдовича изучалось квазиклассическое квантование, а также комплексные собственные значения энергии, комплексное время, инстантонные траектории. В многомерных задачах, как правило, рассматривается система « $V(x)$ + гармонический термостат» с бистабильной связью. Устанавливается связь свойств термостата (появление статистики) с броуновским движением (феноменологическое уравнение Ланжевена и Ливуилля – фон Неймана, флуктуационно-диссипационная теорема, модель Крамерса и ее обобщения), изучаются различные типы состояний – регулярные вблизи дна ямы и эргодические вблизи вершины барьера. Формулируются соответствующие постулаты в спектроскопии и квантовой динамике. Изучаются модели и системы с динамическим и статистическим хаосом, в том

числе распадные 2D-потенциалы [2, 4–7, 10]. При всех существующих достижениях в этой области на сегодняшний момент остается ряд серьезных проблем (квантовая проблема Ландау – Зинера, проблема возникновения распадных состояний в «нераспадных» потенциалах [2, 6, 7, 10], квантовая динамика открытых систем [10] и др.), которые требуют своего разрешения.

В работе [11] сообщается о транспорте электронов через искусственную молекулу (КМ), образованную двумя туннельно-связанными КТ, которые латерально включены в двумерную электронную систему гетероструктуры $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$. Когерентные молекулярные состояния в связанных точках зондируются с участием фотонного туннелирования (РАТ). При частоте выше 10 ГГц авторы наблюдали четкую РАТ как результат резонанса между микроволновыми фотонами и молекулярными состояниями. При частоте ниже 8 ГГц наблюдалась выраженная суперпозиция фононного и фотонного туннелирования. Когерентная суперпозиция молекулярных состояний сохраняется при возбуждении акустических фононов. КМ определяются сочетанием двух КТ, что приводит к образованию когерентных электронных состояний в этой КМ. В качестве управляемой двухуровневой системы двойные КТ предлагаются для реализации единичного квантового бита в твердотельных системах. Одним из препятствий для такого применения является значительная дефазировка, индуцируемая исходными полупроводниковыми материалами. Таким образом, исследование процессов диссипации в этих наноструктурах имеет большое значение. Использование такой двойной КТ в режиме слабой связи с контактами ($\Gamma_{l,r} \rightarrow 0$) минимизирует расфазировку молекулярных состояний с помощью электрон-электронного взаимодействия, и тогда можно изучить взаимодействие между ограниченными молекулярными состояниями и дискретными фононными модами в пределах КТ. Как показано на рис. 1, пять пар контактов Шоттки изготовлены посредством электронно-лучевой литографии при испарении золота на поверхности гетероструктуры $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$. При приложении соответствующих отрицательных напряжений к этим контактам формируются двойные КТ, образующиеся в двумерной электронной системе (2DES), расположенной ниже поверхности на 90 нм. Левый и правый туннельные барьеры определяют туннельную связь двух КТ с контактами стока и источника соответственно. Кондактанс связи (G_C) между КТ контролируется напряжением на центральном затворе (V_0) (рис. 1). При 4,2 К концентрация носителей в 2DES составляет $1,7 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$, подвижность электронов равна $80 \text{ м}^2/\text{Vs}$, что дает среднюю длину свободного пробега около 5 мкм, что почти на порядок больше, чем эффективные диаметры КТ (~0,6 мкм). 2DES охлаждают до температуры термостата 140 мК с помощью холодильника $^3\text{He}/^4\text{He}$. Для связи микроволнового излучения с КТ авторы использовали герцевские проволочные антенны, примерно на 1 см превышающие размер КТ, подключенные к микроволновому генератору HP83711A.

В работе [12] изучается сопровождаемое фононами туннелирование электронов в полупроводниковых КМ, состоящих из КТ. В частности, рассчитана синглет-синглетная релаксация в двухэлектронной легированной структуре. Влияние кулоновского взаимодействия обсуждается путем сравнения с одноэлектронной системой. Найдено, что скорость релаксации достигает близких значений в двух случаях, но кулоновское взаимодействие при-

водит к сдвигу максимума в сторону больших расстояний между КТ. Исследуется разница между электрон-фононным взаимодействием деформационного потенциала и пьезоэлектрической связью. Показано, что фонон-индуцированное туннелирование между двухэлектронными синглетными состояниями является быстрым процессом, происходящим на временных масштабах порядка нескольких десятков пикосекунд. Связанные КТ, часто называемые КМ, в последнее время привлекают большое внимание в связи с их потенциальным применением в различных реализациях систем квантовых вычислений. Полупроводниковые КМ встроены в твердофазное состояние среды, что приводит к взаимодействию электрона с фононным резервуаром.

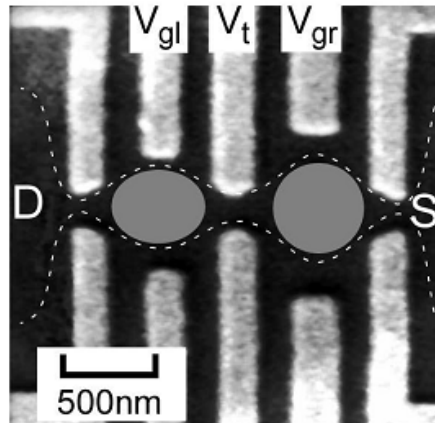


Рис. 1. График двойной КТ под сканирующим электронным микроскопом. Пунктирные линии схематично показывают край 2DEG. Формируются две туннельно-связанные КТ [11]

Наличие фононной связи между энергетическими собственными уровнями в КМ приводит к новым эффектам в физике этих структур по сравнению с отдельными КТ. В частности, если низшие состояния соответствуют локализации электронов в двух различных КТ, то релаксация между этими состояниями имеет характер фононного туннелирования, состоящего в передаче электрона от одной КТ к другой. Такие процессы реализуются в случае взаимодействия между связыванием носителей с фононами и туннельной связью между КТ, что является желательным элементом многих идей по применению КМ для квантовых вычислений. Фононное туннелирование было тщательно изучено в случае КМ, легированных одним электроном. Для конкретной системы с КМ из GaAs рассчитывались скорости фононной релаксации. Показано, что в областях параметров, где релаксация является эффективной, она включает в себя перенос заряда между КТ. Таким образом, она представляет собой процесс фононного туннелирования. Изучалось также то, как кулоновское взаимодействие в двухэлектронной системе влияет на релаксацию электронов по сравнению со случаем КМ с примесью одного электрона. Показано, что наличие одного электрона сильно влияет на туннелирование другого. В результате скорости фононного туннелирования электронов для двух легированных случаев (с одним или двумя электронами) значительно отличаются, что особенно очевидно в их зависимости от расстояния между КТ,

образующими КМ. Рассматривались электроны, взаимодействующие с акустическими фононными модами через деформационный потенциал и пьезоэлектрическое связывание, и было выявлено их существенное влияние на туннелирование в КМ. Показано, что пьезоэлектрический механизм в результате значительного изменения распределения зарядов имеет большое значение в рассматриваемой системе и для некоторых диапазонов параметров КМ это даже доминирующий вклад в релаксацию. Найдено, что фононное туннелирование оказывается сильным в связанных КТ, и его нужно учитывать при разработке схем квантовых вычислений для систем с КМ.

В работе [13] изучается сопровождаемое фононами электронное туннелирование через двойную КТ, связанную с параллельными ферромагнитными электродами. Были получены вольт-амперные характеристики системы с помощью техники неравновесной функции распределения, основанной на уравнении движения. Установлено, что дополнительные фонон-индуцированные резонансные пики появляются в спектральной функции по обе стороны от основных резонансов, соответствующих квантовым уровням энергии КТ. Показано, что резонансы молекулярного типа воспроизводятся в фононных боковых зонах дифференциальной проводимости. Также прогнозируется значительное повышение фонон-индуцированного туннельного магнетосопротивления, а также колебания туннельного магнетосопротивления.

В работе [14] сообщается о фотон-фононном туннельном переходе в линейном массиве КТ, которые могут быть интерпретированы при рассмотрении полной трехмерной заряженной диаграммы устойчивости. Такие туннельные переходы потенциально способствуют утечке для кубитов, определенных в этой системе. Детальное понимание этих переходов очень важно, поскольку они становятся более сложными для анализа и масштабируются как массивы КТ. В частности, заряженные сенсоры, используемые для считывания как зарядовых, так и спиновых кубитов, как было показано, являются источником фононов. Чтобы уменьшить такие эффекты, полезно знать, какие фотон- или фонон-туннельные переходы доступны для системы. Сканирующая электронная микрограмма устройства, подобного использованному в эксперименте, показана на рис. 2. Electrodes напряжения смещения (Ti-Au) сформированы на поверхности гетероструктуры GaAs/AlGaAs электростатически и определяют тройную КТ (пунктирные окружности) путем выборочного разрушения двумерного электронного газа (2DEG), расположенного на 85 нм ниже поверхности. Другая соседняя КТ (изображенная сплошной окружностью), образованная аналогичным образом, функционирует как емкостно-связанный зарядовый сенсор тройной КТ. В случае расположения на склоне кулоновского пика проводимость через сенсорную КТ очень чувствительна к количеству зарядов на тройной КТ. Один из контактов сенсорной КТ, подключенный к LC-контуре, позволяет повторно провести радиочастотные рефлектометрические измерения проводимости. Высокочастотные линии подключены диагонально с помощью выходов LP и RP (рис. 2). Микроволновое возбуждение прикладывается только к выходу LP. Устройство охлаждают внутри до базовой температуры 55 мК. Все измерения проводились при нулевом магнитном поле.

В работе [15] теоретически изучается релаксация фононов и туннелирование в системе, состоящей из КТ, которая соединена с квантовой ямой

(КЯ). В рамках метода волнового вектора (k -p method) в сочетании с методом исключения Lowdin (the Lowdin elimination) вычисляются электронные состояния.

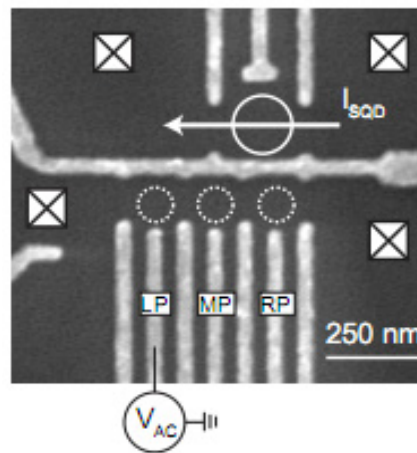


Рис. 2. СЭМ-изображение образца, похожего на используемый для измерений.

Пунктирные круги указывают на линейную тройную КТ, сплошной круг обозначает КТ, выполняющую роль зарядового датчика, квадраты указывают резервуары Ферми в 2DEG (для двумерного электронного газа), которые связывались через омические контакты. Ток через КТ-датчик (белая стрелка), а также его радиочастотные отражения контролируются и используются для определения зарядовой заселенности тройной КТ [14]

Рассчитываются скорости акустической релаксации фононов между состояниями в КЯ и в КТ и изучается полученная кинетика электронов. Авторы показали, что эффективность перехода существенно зависит от геометрии системы. Также показывается, что при некоторых условиях эффективность перехода может уменьшаться с температурой. КТ были предложены для реализации различных оптических приборов. В частности, лазеры на КТ обнаруживают целый ряд преимуществ: низкий пороговый ток, широкую спектральную перестройку частоты или высокую температуру потери чувствительности. Тем не менее проблема, связанная с концепцией КТ-лазера, состоит в низкой плотности носителей тока внутри КТ, что приводит к низкой эффективности. Для того чтобы обойти эту проблему, были разработаны структуры туннельной инжекции. Из-за высокой плотности состояний КЯ являются хорошими резервуарами носителей для КТ. В правильно спроектированной системе связанных КЯ–КТ носители могут быть инжектированы с высокой скоростью, что значительно увеличивает оптическую эффективность. Спектры носителей тока, а также туннельная связь широко исследованы в системах двойных КТ. Однако энергетическая структура в системе КЯ–КТ существенно отличается от этого случая из-за наличия квази-континуума состояний в КЯ. Взаимодействие носителей с фононами приводит к релаксации между состояниями, что может приводить к туннельному переносу, сопровождаемому фононами, между двумя структурами, т.е. захвату носителей в КТ. Существенная роль фононов в процессе инжекции носителей в системе КЯ–КТ подтверждается экспериментами, которые показывают, что величина

скорости релаксации значительно увеличивается, когда разность энергий между состояниями КТ и КЯ становится сравнима с энергией продольных оптических (LO) фононов. Захват носителей между структурами различной размерности изучали теоретически для различных систем и различными методами (золотое правило Ферми, кинетика Больцмана, формализм функции Грина и метод полной квантовой кинетики) с участием продольных LO-фононов (в том числе двухфононных эффектов), включая метод кулоновской динамики. Процесс захвата, связанный с туннелированием между КЯ и КТ, был проанализирован в рамках модели, включающей влияние продольных LO-фононов и Оже-эффектов и основанной на относительно простой модели волновых функций.

В работе [16] теоретически рассмотрен магнитотранспорт через КТ, туннельно-связанные с объемным контактом. Было показано [16], что в случае туннельного магнитотранспорта $3D \rightarrow 0D$ поведение амплитуд токовых резонансов связано с величиной орбитального момента каждого уровня в КТ, через который осуществляется туннелирование. Как следствие, туннелирование при наличии магнитного поля через состояния отдельных КТ может сильно подавляться. Это позволяет извлекать из экспериментальных кривых ценную информацию о природе волновых функций КТ, вовлеченных в электронный транспорт. При туннелировании из 2D-аккумулирующего слоя в КТ наличие магнитного поля значительно увеличивает величину отдельных резонансов.

В работе авторов из мезоскопической физической лаборатории Пекинского университета [17] исследовалось резонансное туннелирование через связанные двойные КЯ при наличии электрон-фононного взаимодействия методом неравновесных функций Грина. Получена аналитическая формула для туннельного тока при постоянном приложенном напряжении. Исследовано влияние «излучаемых» и «поглощаемых» фононов на процесс туннелирования. Показано, что в ряде случаев, когда туннелирование сопровождается «излучением» фононов, оно подавляется из-за принципа запрета Паули; туннелирование, сопровождающееся «поглощением» фононов, наоборот, преобладает. На рис. 3 приведена теоретически рассчитанная вольт-амперная туннельная характеристика, на которой выделена «упругая» (точечная кривая) и «неупругая» (пунктирно-точечная кривая) часть.

Для изучения мезоскопических систем в современной физике конденсированного состояния часто используются наномеханические резонаторы с диапазоном частот от нескольких МГц до единиц ГГц. В работе [18] анализируется роль диссипации при туннелировании двухуровневых систем для золотых наномеханических резонаторов (экспериментальная схема представлена на рис. 4). Показано, что при температурах от 30 до 500 мК диссипация возрастает с ростом температуры по закону $T^{1/2}$, тогда как при более высоких температурах наступает режим «насыщения».

В работе [19] о резонансном туннелировании в диссипативной среде авторы приводят экспериментальные данные по туннелированию через единственный квантовый уровень в КТ, сформированной из углеродной нанотрубки, связанной с резистивными металлическими контактами (схема эксперимента представлена на рис. 5). Эти контакты служат диссипативной средой, подавляющей процесс туннелирования. В режиме последовательного тунне-

лирования высота пиков одноэлектронного кондактанса возрастает с понижением температуры, хотя и в масштабе более слабом, чем обычная зависимость $\sim T^{-1}$. Показано, что в режиме резонансного туннелирования (при температурах более низких, чем ширина уровня) ширина пика достигает насыщения, тогда как высота пика начинает уменьшаться. Оказалось, что высота пиков демонстрирует немонотонную температурную зависимость. Авторы связывают такое необычное поведение с наличием перехода между последовательным и резонансным режимами туннелирования через единственный квантовый уровень в диссипативной среде.

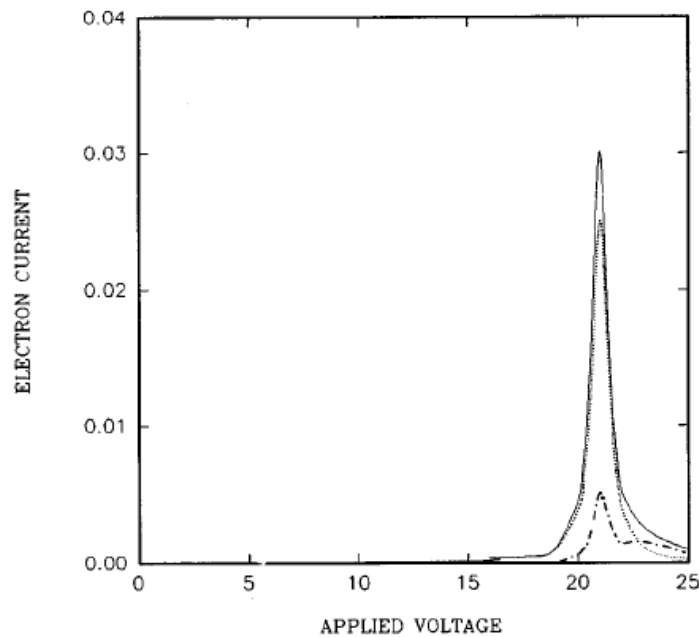


Рис. 3. Теоретически рассчитанная вольт-амперная туннельная характеристика [17]

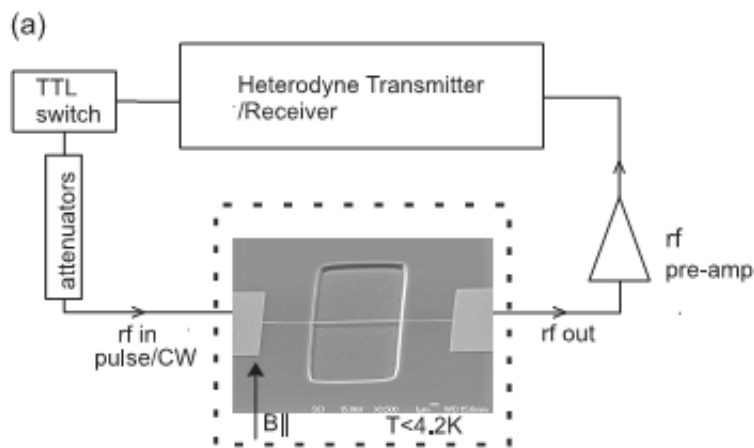


Рис. 4. Экспериментальная схема в работе [18]

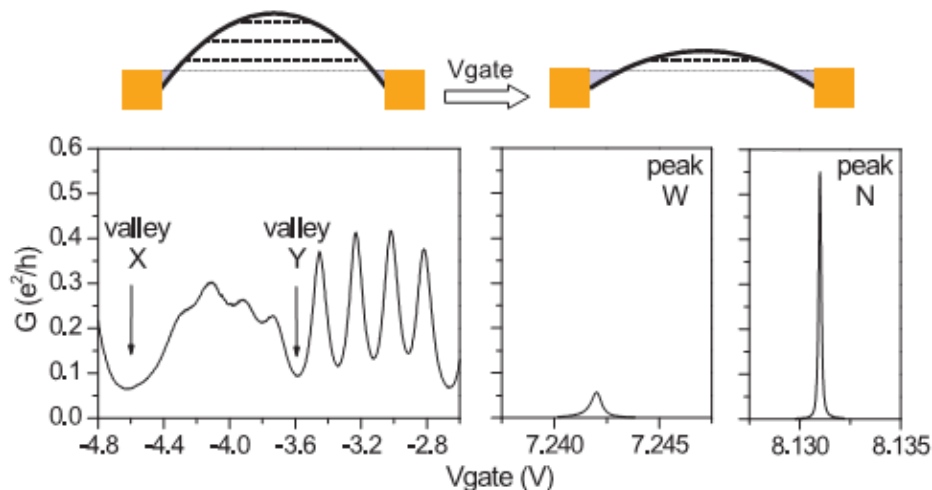


Рис. 5. Верхняя часть схемы: барьеры Шотки (светло-серые треугольники) становятся шире и менее прозрачными, как только приложено напряжение V_{gate} : зависимость дифференциального кондактанса КТ нанотрубки от приложенного отрицательного напряжения V_{gate} (при большой прозрачности контакта); ясно видны две 4-электронные «оболочки». Отметки «X» и «Y» обозначают широкие «долины», в которых измерялись данные второго рисунка ($T = 5$ К. б,с). На этом рисунке представлена та же самая КТ в режиме малой прозрачности контакта, при той же базовой температуре [19]

В книге авторов из Кембриджского университета «Транспорт в наноструктурах» [20] демонстрируется важность влияния эмиссии фононов в резонансных туннельных диодах, в которых носители заряда в КЯ оказываются далеко от равновесного состояния. Обычно можно было бы ожидать, что носители заряда могут проходить баллистически через двойные барьеры (или КЯ) без потери энергии. Однако во многих случаях оказывается возможным процесс испускания фононов. Это может происходить, когда напряжение превышает значение, необходимое для появления нормального пика тока, так что частицы, входящие в КЯ, лежат выше достижимого уровня на выходе (одна из которых туннелирует через второй барьер, покидая его в зоне проводимости на выходе из структуры). Этот эффект значительно усиливается, когда более низкое состояние энергии оказывается действительно связанным состоянием в КЯ, что приводит к распределению потенциала, в котором наиболее сильное падение потенциала происходит через входящий барьер, тогда как связанное состояние лежит достаточно близко к уровню Ферми в выходном барьере. Такое расположение вольт-амперных кривых представлено на рис. 6. Здесь температура равна 4 К, резонансно-туннельный диод внедрен в «мезо-форму» диаметром около 100 нм. КЯ имеет ширину 11,7 нм, тогда как барьеры – толщину порядка 5,6 нм. Существенный резонансный туннельный пик проявляется при напряжении около 70 мВ, а другой пик (гораздо меньший) появляется при напряжении 170 мВ. Этот пик значительно усиливается в присутствии магнитного поля, ориентированного параллельно направлению тока. Обычно при туннелировании электрона через барьер сохраняется импульс переноса.

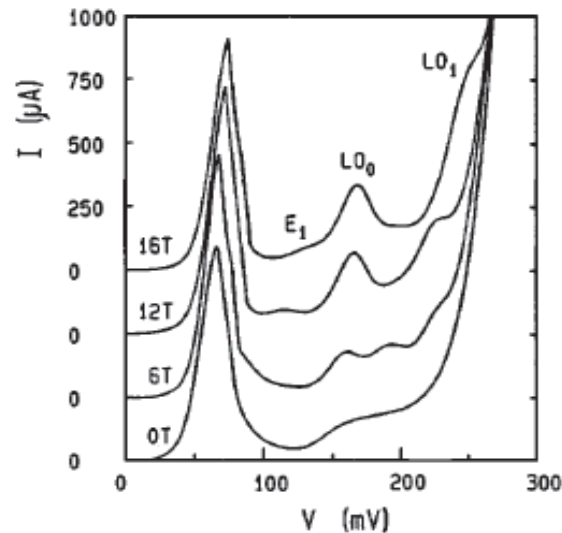


Рис. 6. Вольт-амперные характеристики резонансного туннельного диода в продольном магнитном поле при 4 К (Eaves et al. *Physics of Quantum Electronic Devices* / ed. F. Capasso, New York, Springer-Verlag, 1990)

Однако в случае испускания фононов этого не наблюдается. Магнитное поле помогает квантовать поперечный импульс, проявляющий туннельный пик, отвечающий за туннелирование, сопровождаемое фононами. Очень слабый пик, обозначенный как «Е» на рисунке, предполагается из-за нерезонансного туннельного перехода между n -м уровнем Ландау в эмиттере и $(n + 1)$ -м уровнем Ландау в КЯ. Такой переход происходит благодаря эффекту ионизации примесей или «шероховатости интерфейса». Пики, обозначенные LO_p , соответствуют переходу с n -го уровня Ландау в эмиттере в $(n+p)$ -й уровень Ландау в КЯ через испускание единичного оптического фонона. Относительные амплитуды основного резонансного туннельного пика и отмеченных других пиков обеспечивают качественную индикацию вклада различных процессов переноса заряда в измеряемый ток. Вклад магнитного поля оказывается существенным при наблюдении туннельных токов, сопровождаемых фононами. На рис. 7 представлена другая серия измерений для резонансного туннельного диода на GaAs/AlGaAs при 1,8 К. Вольт-амперные кривые при значении индукции магнитного поля 8 Тл демонстрируют основной резонансный пик при 144 мВ и первый вспомогательный пик, обозначенный как LO , при 245 мВ. Этот вспомогательный пик может быть отнесен к туннелированию, сопровождаемому процессом испускания единичного фонона. В отсутствие магнитного поля все еще остается индикация процесса, но пик гораздо менее выражен и размазан по энергии. Этот пик усиливается сокращением в фазовом пространстве, которое возникает во внешнем магнитном поле. Вставленные кривые показывают, как пики меняются с усилением магнитного поля. Хотя в спектре существует несколько пиков, только первый пик не смещается в магнитном поле. Как было показано, эти дополнительные пики возникают из-за переходов, которые дают изменения индекса уровней Ландау в процессе туннелирования и одновременно включают испускание оптических фононов.

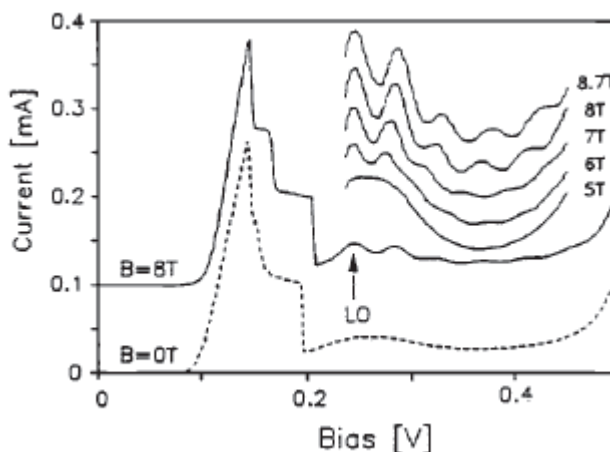


Рис. 7. Вольт-амперные характеристики при 1,8 К для резонансного туннельного диода на GaAs/AlGaAs при различных значениях индукции магнитного поля.

Пик, обозначенный как LO, является фононной репликой основного пика (Yoo et al. J. Soc. Sci. Technol. B. 1990. 8, 370)

В работе [21] изучены мезоскопические эффекты в туннелировании между параллельными КН. При этом рассматривались фазово-контактные системы двух параллельных КН, туннельно-связанных через барьер конечной ширины. Обычная пертурбативная (по теории возмущений) трактовка туннелирования не работает в этой модели даже в диффузионном пределе, когда длина L области связи превышает характерный масштаб L_t , устанавливаемый туннелированием. Решение задачи рассеяния для протяженного туннельного барьера позволяет вычислить туннельные кондактансы как функции приложенного напряжения и магнитного поля. При этом учитывались эффекты зарядки в КН под действием приложенного напряжения. Было обнаружено, что эти эффекты оказываются важными при изучении $1D \rightarrow 0D$ туннельного транспорта.

В работе [22] рассматривались конечно-размерные эффекты при туннелировании между параллельными КН. При этом были представлены результаты как теоретических вычислений, так и экспериментального измерения, что позволило выявить конечно-размерные эффекты в туннелировании между двумя параллельными КН, изготовленными на расщепленном крае бислоя гетероструктуры GaAs/AlGaAs. Наблюдаемые осцилляции в дифференциальном кондактансе как функции приложенного напряжения и магнитного поля дают прямую информацию о форме потенциала конфайнмента. Накладываемые модуляции показывают существование двух различных скоростей возбуждения, как и ожидается при спин-зарядовом разделении.

В работе [23] вычислялся стационарный ток через две пары КТ, взаимодействующих через обычный фононный термостат (рис. 8). Численные и аналитические решения master equation в стационарном пределе показали, что туннельный ток может как увеличиваться, так и уменьшаться за счет диссипативного взаимодействия со средой – термостатом. Этот эффект тесно связан с коллективной спонтанной эмиссией фононов (эффект Дике, Dicke super- and subradiance effect) и генерацией «кросс-когерентности» с перепутыванием

(entanglement) синглетных и триплетных состояний зарядов между КТ. Также обсуждается включение механизма неупругого туннельного тока, с помощью которого ток в одной паре КТ контролирует ток в другой паре КТ.

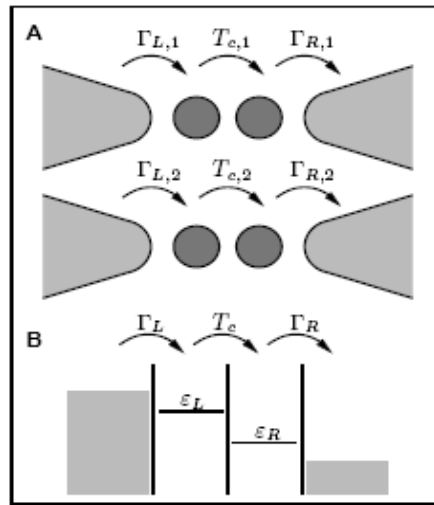


Рис. 8. Пара КМ (две пары КТ), взаимодействующих через обычный фононный термостат [24]

Таким образом, проблема управляемого туннельного транспорта в низкоразмерных системах является актуальной и представлена достаточно широким спектром экспериментальных работ [11, 13, 14, 17, 19, 22]. В настоящее время альтернативой квантовым методам расчета вероятности туннелирования может служить метод инстантонов, выдвинутый А. М. Поляковым и С. Колманом (обзор дан в [2]), который позволяет учесть влияние матрицы-среды на процесс туннельного переноса. Теория квантового туннелирования с диссипацией применительно к системам с контактами Джозефсона была развита Э. Дж. Леггетом, А. И. Ларкиным, Ю. Н. Овчинниковым и др. [2]. В работах В. А. Бендерского, Е. В. Ветошкина и Е. И. Каца на основе инстантонного подхода разработан квазиклассически точный метод, позволяющий решить задачу о туннельных расщеплениях для симметричных двухъямных потенциалов в широкой области энергий от основного состояния до состояний, расположенных вблизи вершины барьера. Метод инстантонов оказался продуктивным в расчетах вероятности туннелирования для КМ с $H^{(-)}$ -подобными квазистационарными примесными состояниями [2], где в сочетании с методом потенциала нулевого радиуса удалось получить основные результаты в аналитическом виде и проанализировать влияние туннельного распада на оптические свойства КТ. Необходимость учета взаимодействия КМ в квазиуменьшенной структуре, а также влияния локальных фононных мод на полевую зависимость вероятности диссипативного туннелирования требует дальнейшего развития метода инстантонов применительно к оптике низкоразмерных туннельных структур с примесными квазистационарными состояниями.

Как известно [1], примеси в объемных полупроводниках и в полупроводниковых наноструктурах могут являться причиной образования не только локализованных состояний, энергия которых лежит в запрещенной зоне, но и

квазистационарных состояний, энергии которых находятся в разрешенных зонах (в случае наноструктур – выше дна удерживающего потенциала). При этом локализованное состояние может стать квазистационарным, если у него появляется конечное время жизни (например, из-за наличия туннельного распада).

В течение последнего десятилетия интенсивно изучались лазеры на внутрицентровых переходах, для того чтобы показать их потенциал в качестве источников терагерцового излучения. Было показано, что факторами, ограничивающими их эффективность, являются относительно короткие времена жизни верхних уровней лазера (около 200 нс для природного и около 235 нс для моноизотопного кремния-28(28-Si) [25]), сложность внутрицентральной релаксации и неэффективная накачка. Наибольшие реализованные значения усиления [26] находятся в диапазонах порядка или даже несколько больше, чем достигнутые с квантовыми каскадными терагерцовыми лазерами, но требуемые большие оптические мощности накачки или резонансная оптическая накачка оказываются недоступными в стандартных лабораториях. Для генерации с инверсией лучшая лазерная эффективность была получена для легированного нейтронами компенсированного кремниевого кристалла при одноосном напряжении, тогда как для рамановской генерации изотопически очищенные кристаллы кремния-28 оказались наилучшим материалом.

В работе [27] проведено экспериментальное исследование свойств кремниевых терагерцовых лазеров на внутрицентровых примесных переходах. Следует отметить, что первый кремниевый лазер был зарегистрирован в 2000 г. Он был основан на примесных переходах водородоподобного донора фосфора в монокристаллическом кремнии. С тех пор было продемонстрировано несколько лазеров на основе других доноров элементов V группы в кремнии. Эти лазеры работают при низких температурах решетки при оптической накачке в среднем инфракрасном диапазоне и излучают свет на дискретных длинах волн в диапазоне от 250 до 50 мкм (от 1,2 до 6,9 ТГц). Дипольные разрешенные оптические переходы между отдельными возбужденными состояниями замещающих доноров элементов V группы используются для кремниевых лазеров терагерцового типа. Инверсная населенность достигается за счет специфических электрон-фоонных взаимодействий внутри примесного атома. Это приводит к долгоживущим и короткоживущим возбужденным состояниям донорных центров. Частоту лазера можно подстроить с помощью внешнего магнитного поля или путем приложения сжимающей силы к лазерному кристаллу. Другой тип терагерцового лазера использует вынужденное резонансное рассеяние рамановского типа фотонов с помощью комбинационно-активного внутрицентрального электронного перехода. Изменяя частоту лазерной накачки, можно непрерывно изменять частоту комбинационного рамановского кремниевого лазера, по меньшей мере, между 4,5 и 6,4 ТГц. Недавно была получена генерация из кремния, легированного бором *p*-типа. Кроме того, фундаментальные аспекты лазерного процесса дают новую информацию об особенностях электронного захвата мелкими примесными центрами в кремнии, временах жизни неравновесных носителей в возбужденных примесных состояниях и электрон-фоонном взаимодействии.

Известно, что оптически возбуждаемые твердотельные лазеры на основе оптических переходов атомов, встроенных в твердотельные решетки, на

сегодня являются самыми мощными и надежными источниками [27]. Ключевой характеристикой, обеспечивающей такой высокий коэффициент усиления лазера в твердых телах, является чрезвычайно большое время жизни верхнего лазерного уровня, вплоть до нескольких миллисекунд. Основной причиной таких длительных времен жизни являются большие энергетические разрывы между атомными уровнями, принимающими участие в лазерной генерации. В терагерцовом частотном диапазоне в сотни раз меньшие энергетические промежутки становятся по порядку величины сравнимыми с тепловыми искажениями в решетке. Это предотвращает простое масштабирование лазерных механизмов, успешно реализованных в инфракрасном диапазоне с твердотельными (внутрицентровыми переходами) и полупроводниковыми (запрещенными переходами) лазерами в терагерцовый диапазон. Например, 1–5 ТГц квантовые каскадные лазеры на основе GaAs используют инверсию на основе уровней внутризонной проводимости с типичным временем жизни не более нескольких пикосекунд [28]. Эти короткие времена жизни электронов в гетероструктурных полупроводниковых лазерах обусловлены делокализацией электронных уровней, которые представляют собой электронные поддиапазоны с континуумом состояния, по крайней мере, в одном пространственном измерении. Единственные энергетические щели терагерцового диапазона между локализованными уровнями, доступными в твердых телах, представлены в запрещенной зоне водородоподобными примесными центрами в полупроводниках. Предполагалось, что времена жизни таких уровней на порядок превышают времена жизни межподзонных уровней в гетероструктурах и, следовательно, потенциально они могут служить для лазерной терагерцовой генерации твердотельного типа. Ожидалось, что низкие потери решеточного поглощения в таких элементарных полупроводниках, как кремний и германий, вместе с их большей теплопроводностью смогут обеспечить минимальные оптические потери.

Разработка твердотельных источников излучения терагерцового спектрального диапазона является актуальной задачей в связи с широкой областью их потенциального применения: информационные технологии, медицина, связь, физические исследования материалов и структур [29]. Работ по исследованию терагерцового излучения, связанного с переходами носителей заряда между уровнями примесных центров в полупроводниковых наноструктурах, немного (см., например, [30, 31]). Так, в работе [30] описано терагерцовое излучение в продольном электрическом поле из структур с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs с участием резонансных состояний примеси, которые возникали вследствие размерного квантования. В работе [31] исследовано терагерцовое излучение из структур с легированными квантовыми ямами GaAs/AlGaAs в условиях межзонного оптического возбуждения электронно-дырочных пар в структурах *n*-типа и при примесном пробое в продольном электрическом поле в структурах *p*-типа. Необходимо отметить, что источники терагерцового излучения на примесных переходах в структурах с квантовыми точками могут быть более привлекательными из-за возможности более эффективного управления энергией ионизации примеси и, соответственно, временем жизни квазистационарных примесных состояний при изменении параметров самих структур и окружающей матрицы.

Настоящий обзор посвящен развитию теории 1D-диссипативного туннелирования применительно к полупроводниковым КТ в системе совмещен-

ного АСМ/СТМ с учетом влияния двух локальных фононных мод во внешнем электрическом поле.

**Осциллирующий и неосциллирующий режимы
1D-диссипативного туннелирования с участием двух локальных
фононных мод во внешнем электрическом поле**

Квантовое туннелирование оказывается важным при исследовании электронного транспорта через молекулярные нити, структуры с квантовыми точками или ямами, а также в низкотемпературных химических реакциях. Многие из отмеченных систем рассматриваются с позиций инстантонного подхода. Вычисление константы туннелирования, основанное на инстантонном приближении, делает все перечисленные явления в некотором смысле «подобными». В химических реакциях константа скорости предполагает экспоненциальную эволюцию для вероятности переноса, тогда как в электронных приборах константа скорости определяет туннельный ток. В работе Ю. Н. Овчинникова [32] было показано, что проводимость гранулированных металлических пленок связана с процессами туннелирования между соседними гранулами и что взаимодействие с термостатом, обеспечивающее реальный переход в состояния, локализованные в «соседнем» кластере, достаточно мало. Таким образом, характеристики туннельного тока в изучаемых системах можно рассматривать в пределе сравнительно «слабой» диссипации, но достаточной для обеспечения «распадности» двухъямного осцилляторного потенциала, используемого в предлагаемой модели. Кроме того, существенный вклад в туннельный ток может внести вероятность туннелирования, оцененная с точностью до предэкспоненциального фактора.

Среди экспериментально подтвержденных ранее эффектов диссипативного туннелирования – наблюдаемый единичный пик при одной из полярностей внешнего электрического поля в системе АСМ/СТМ на туннельных вольт-амперных характеристиках (ВАХ) для КТ из циркония и коллоидного золота, что качественно отвечает единичному пику на полевой зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования в пределе слабой диссипации (без учета влияния локальных фононных мод матрицы). Учет одной локальной фононной моды приводит к тому, что упомянутый пик, отвечающий случаю симметричного двухъямного осцилляторного потенциала при определенном значении напряженности внешнего электрического поля, становится неустойчивым. Однако появляется дополнительный устойчивый пик, обусловленный наличием взаимодействия с выделенной осцилляторной фононной модой [2]. В рамках рассмотренных ранее теоретических моделей 1D- и 2D-диссипативного туннелирования с учетом влияния одной локальной фононной моды не удалось качественно объяснить ряд полученных экспериментальных ВАХ для полупроводниковых КТ. В данном разделе предпринята попытка «улучшить» теоретический подход путем учета двух локальных фононных мод в вероятности 1D-диссипативного туннелирования, расчет которой выполнен в рамках метода инстантонов при наличии внешнего электрического поля и конечной температуры.

Рассмотрим общую схему расчета вероятности 1D-диссипативного туннелирования в одноинстантонном приближении во внешнем электрическом поле [2, 3].

Учет влияния электрического поля на симметричный двухъямный модельный осцилляторный потенциал можно представить в виде

$$U(q) = \frac{\omega_0^2}{2}(q-a)^2\theta(q) + \frac{\omega_0^2}{2}(q+a)^2\theta(-q) - |e|Eq. \quad (1)$$

Электрическое поле меняет симметрию потенциала, и происходит сдвигка минимумов:

$$1) \quad q > 0; \quad U_1 = \frac{\omega_0^2}{2}(q-a)^2 - |e|Eq = \frac{\omega_0^2}{2}(q-a^*)^2 - a|e|Eq - \frac{|e|E}{2\omega_0^2}, \quad \text{где}$$

$$a^* = a + \frac{|e|E}{\omega_0^2};$$

$$2) \quad q < 0; \quad U_2 = \frac{\omega_0^2}{2}(q+a)^2 - |e|Eq = \frac{\omega_0^2}{2}(q+a^{**})^2 + a|e|Eq - \frac{|e|E}{2\omega_0^2}, \quad \text{где}$$

$$a^{**} = a - \frac{|e|E}{\omega_0^2}.$$

Тогда перенормированный потенциал приобретает следующий вид:

$$U = \left[\frac{\omega_0^2}{2}(q-a^*)^2 - a|e|Eq \right] \theta(q) + \left[\frac{\omega_0^2}{2}(q+a^{**})^2 + a|e|Eq \right] \theta(-q). \quad (2)$$

Величины смещенных минимумов равны:

$$U_1(a^*) = -a|e|E - \frac{|e|^2 E^2}{2\omega_0^2}, \quad U_2(-a^{**}) = a|e|E - \frac{|e|^2 E^2}{2\omega_0^2},$$

а смещение минимумов оказывается пропорциональным полю:

$$|\Delta U| = U_2 - U_1 = 2a|e|E \Rightarrow |\Delta U| \sim E. \quad (3)$$

При этом смещения минимумов оказываются одинаковыми по величине:

$$\Delta q_1 = a^* - a = \frac{|e|E}{\omega_0^2}, \quad \Delta q_2 = -a^{**} + a = \frac{|e|E}{\omega_0^2}.$$

В рассматриваемой модели вершина потенциального барьера фиксируется:

$$U(0) = \frac{\omega_0^2 a^2}{2},$$

но происходит соответствующая сдвигка величины левого минимума, и, как следствие, эффективно уменьшается барьер:

$$\Delta U_2 = U(0) - U_2(-a^{**}) = \frac{\omega_0^2 a^2}{2} - a|e|E + \frac{|e|^2 E^2}{2\omega_0^2} = \frac{|e|^2}{2\omega_0^2} \left(E - \frac{a}{|e|} \omega_0^2 \right)^2. \quad (4)$$

Так как при последующем рассмотрении предполагается использование квазиклассического инстантонного приближения при вычислении вероятности туннелирования в двухъямном осцилляторном потенциале, то будем считать, что величина барьера не может быть слишком малой по сравнению с длиной подбарьерного переноса, следовательно, возникает естественное ограничение на величину напряженности электрического поля, которое в обычных единицах принимает вид: $E \ll a\omega_0^2 / |e| \Rightarrow E \ll m a \omega_0^2 / |e|$.

Для того чтобы воспользоваться стандартной моделью для определения вероятности диссипативного туннелирования, будем использовать следующие обозначения для перенормированного двухъямного осцилляторного потенциала во внешнем электрическом поле: $q_1 = b^* = b + \frac{|e| E}{\omega_0^2}$,

$q_0 = a^* = a - \frac{|e| E}{\omega_0^2}$. Тогда модельный перенормированный 1D-потенциал мож-

но представить в стандартном виде. С учетом результатов, полученных ранее, модельный гамильтониан системы может быть записан как

$$\hat{H} = \frac{p_1^2}{2} + v_1(y_1) + y_1 \sum_{\alpha=2}^N C_{\alpha} y_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=2}^N (p_{\alpha}^2 + \omega_{\alpha}^2 y_{\alpha}^2), \quad (5)$$

где

$$v_1(y_1) = \left(\frac{1}{2} \omega_1^2 y_1^2 + \lambda y_1 \right) \theta \left(-\frac{\Delta I}{2\lambda} - y_1 \right) + \left(\frac{1}{2} \omega_1^2 y_1^2 - \lambda y_1 - \Delta I \right) \theta \left(\frac{\Delta I}{2\lambda} + y_1 \right). \quad (6)$$

Вероятность туннелирования частицы в единицу времени может быть найдена в квазиклассическом приближении. Необходимо, чтобы дебройлевская длина волны частицы была много меньше характерного линейного масштаба потенциала. Для этого вполне достаточно, чтобы высота барьера была много больше энергии нулевых колебаний в яме начального состояния. Кроме квазиклассического приближения, мы должны предположить квазистационарность распада, т.е. ширина уровня Γ , с которого туннелирует частица, должна быть много меньше энергии нулевых колебаний.

Находим 1D-квазиклассическое действие в одноинстантонном приближении с учетом влияния матрицы среды-термостата:

$$S_B = 2\omega_0^2 (q_0 + q_1) q_0 \tau_0 - \frac{2\omega_0^2 (q_0 + q_1)^2 \tau_0^2}{\beta} - \frac{4\omega_0^4 (q_0 + q_1)^2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 v_n \tau_0}{v_n^2 (v_n^2 + \omega_0^2 + \zeta_n)}. \quad (7)$$

Предэкспоненциальный множитель определяется вкладом траекторий, близко расположенных от инстантона. Для этого мы должны разложить дей-

ствие до квадратичного члена по отклонениям $q - q_B$ и проинтегрировать в функциональном пространстве. Тогда вероятность туннелирования в единицу времени можно записать как

$$\Gamma = B \exp(-S_B), \quad (8)$$

$$B = \left[\frac{S_0}{2\pi} \frac{\det \left(\frac{\delta^2 S}{\delta q^2} \right)_{q=-q_0}}{\det' \left(\frac{\delta^2 S}{\delta q^2} \right)_{q=q_B(\tau)}} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

$$S_0 = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} \dot{q}_B^2(\tau) d\tau, \quad (10)$$

а $\det'$ означает, что нулевое собственное значение, соответствующее нулевой моде инстантона, опущено.

Отметим, что вывод этой формулы предполагает приближение идеального инстантонного газа

$$\Gamma \ll (\Delta\tau)^{-1}, \quad (11)$$

где $\Delta\tau$ – ширина перехода от положительного значения траектории к отрицательному.

Вычисление предэкспоненциального множителя в рассматриваемой модели приводит к результату

$$B = \frac{2\omega_0^2 (q_0 + q_1)^2}{(2\pi\beta)^{1/2}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 v_n \tau_0}{\lambda_{0n}} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2v_n \tau_0}{\lambda_{0n}} \right)^{-1/2}. \quad (12)$$

Рассмотрим (7) с учетом взаимодействия с одной локальной фононной модой (ω_L). Для упрощения будем предполагать это взаимодействие достаточно малым, т.е. $\frac{C}{\omega_0^2} \ll 1$ и $\frac{C}{\omega_L^2} \ll 1$. В этом случае

$$D(v_n) = -\frac{C^2}{v_n^2 + \omega_L^2}, \text{ где } v_n = \frac{2\pi n}{\beta}; \quad \zeta_n = \frac{C^2 v_n^2}{\omega_L^2 (\omega_L^2 + v_n^2)}.$$

Тогда можно получить выражение для квазиклассического действия с учетом локальной моды среды-термостата в приведенных обезразмеренных переменных:

$$\frac{S}{a^2 \omega} = \frac{1}{2} (b^* + 1)(3 - b^*) \tau_0^{*/} - \frac{(b^* + 1)^2 (\tau_0^{*/})^2}{2\beta^*} - \frac{(b^* + 1)^2}{2\tilde{\gamma}'} \left\{ \frac{(1 - \tilde{x}_2')}{\sqrt{\tilde{x}_1'}} \left[\operatorname{cth} \beta^* \sqrt{\tilde{x}_1'} - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\operatorname{sh} \beta^* \sqrt{\tilde{x}'_1}} \left\{ \operatorname{ch} \left((\beta^* - \tau_0^{*'}) \sqrt{\tilde{x}'_1} \right) - \operatorname{ch} \left(\beta^* \sqrt{\tilde{x}'_1} \right) \right\} + \operatorname{ch} \left((\beta^* - \tau_0^{*'}) \sqrt{\tilde{x}'_1} \right) \Big] - \\
 & -\frac{(1 - \tilde{x}'_1)}{\sqrt{\tilde{x}'_2}} \left[\operatorname{cth} \beta^* \sqrt{\tilde{x}'_2} - \frac{1}{\operatorname{sh} \beta^* \sqrt{\tilde{x}'_2}} \left\{ \operatorname{ch} \left((\beta^* - \tau_0^{*'}) \sqrt{\tilde{x}'_2} \right) - \operatorname{ch} \left(\beta^* \sqrt{\tilde{x}'_2} \right) \right\} + \right. \\
 & \left. + \operatorname{ch} \left((\beta^* - \tau_0^{*'}) \sqrt{\tilde{x}'_2} \right) \right] \Big\}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

где $\tau_0^{*'} = 2\omega\tau^* = \operatorname{arcsch} \left[\frac{1-b^*}{1+b^*} \operatorname{sh} \beta^* \right] + \beta^*$, $\beta^* = \frac{\beta\omega}{2}$; $b^* = \frac{q_1}{q_0}$ – перенормированный параметр асимметрии. Кроме того, влияние локальной моды среды-термостата учитывается через следующие параметры:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\gamma}' = \frac{\tilde{\gamma}}{\omega^2} &= \sqrt{\left[\frac{\omega_L^2}{\omega^2} + 1 + \frac{C^2}{\omega_L^2 \omega^2} \right]^2 - 4 \frac{\omega_L^2}{\omega^2}} = \sqrt{[\omega_L^* + 1 + C^*]^2 - 4 \frac{\omega_L^2}{\omega^2}}, \\
 \tilde{x}'_{1,2} &= \frac{\tilde{x}_{1,2}}{\omega_0^2} = \frac{\gamma_{1,2}}{\omega_0^2},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= \frac{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right) - \sqrt{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right)^2 - 4\omega_0^2 \omega_L^2}}{2} > 0, \\
 \gamma_2 &= \frac{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right) + \sqrt{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right)^2 - 4\omega_0^2 \omega_L^2}}{2} > 0.
 \end{aligned}$$

Для расчета предэкспоненциального фактора с учетом влияния локальной моды среды-термостата ω_L используем полученное ранее общее выражение (12). При этом, как и в случае вычисления квазиклассического инстантонного (евклидового) действия с учетом локальной моды ω_L , мы используем, что

$$D(v_n) = - \sum_{\alpha=2}^N \frac{C_\alpha^2}{\omega_\alpha^2 + v_n^2} \Big|_{\omega_L} \rightarrow - \frac{C^2}{\omega_L^2 + v_n^2} = - \frac{C^2}{\omega_L^2} + \xi_n,$$

где

$$\xi_n = \frac{C^2}{\omega_L^2} - \frac{C^2}{\omega_L^2 + v_n^2}; \quad v_n = \frac{2\pi n}{\beta}; \quad \beta = \frac{\hbar}{kT}, \quad \lambda_{0n} = v_n^2 + \omega_0^2 + \xi_n.$$

Тогда для вычисления предэкспоненциального фактора мы учтем, что в общем выражении для B (12) происходит следующее преобразование выражений:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 v_n \tau_0}{v_n^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} - \frac{C^2}{\omega_L^2 + v_n^2}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1/2(1 - \cos 2v_n \tau_0)}{v_n^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} - \frac{C^2}{\omega_L^2 + v_n^2}} = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \frac{(v_n^2 + \omega_L^2)(1 - \cos 2v_n \tau_0)}{v_n^2(v_n^2 + \omega_L^2) + \omega_0^2(v_n^2 + \omega_L^2) + \frac{C^2}{\omega_L^2}(v_n^2 + \omega_L^2) - C^2} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\alpha + \omega_L^2)(1 - \cos 2v_n \tau_0)}{\alpha^2 + \alpha \left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right) + \omega_0^2 \omega_L^2} = \frac{(\alpha + \omega_L^2)(1 - \cos 2v_n \tau_0)}{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2)}, \end{aligned}$$

где

$$\alpha = v_n^2 = \frac{4\pi^2 n^2}{\beta^2}, \quad \alpha_{1,2} = \frac{-\left(\omega_0^2 + \omega_L^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right) \pm \sqrt{\left(\omega_0^2 + \omega_L^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right)^2 - 4\omega_0^2 \omega_L^2}}{2}.$$

Выражение в знаменателе (12) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} &\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2v_n \tau_0}{v_n^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} - \frac{C^2}{\omega_L^2 + v_n^2}} \right]^{1/2}; \quad v_n = \frac{2\pi n}{\beta}, \quad \alpha = v_n^2; \\ &\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2v_n \tau_0 (v_n^2 + \omega_L^2)}{\alpha(\alpha + \omega_L^2) + \omega_0^2(\alpha + \omega_L^2) + \frac{C^2}{\omega_L^2}(\alpha + \omega_L^2) - C^2} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos \frac{4\pi\tau_0}{\beta} n(\alpha + \omega_L^2)}{\alpha^2 + \alpha \left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2} \right) + \omega_0^2 \omega_L^2} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos \frac{4\pi\tau_0}{\beta} n(\alpha + \omega_L^2)}{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2)}, \end{aligned}$$

где $\alpha_{1,2}$ определены выше.

Вводя, как и в случае вычисления действия с учетом локальной моды среды-термостата, коэффициенты

$$\gamma_1 = -\alpha_1 = \frac{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2}\right) - \sqrt{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2}\right)^2 - 4\omega_0^2\omega_L^2}}{2} > 0,$$

$$\gamma_2 = -\alpha_2 = \frac{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2}\right) + \sqrt{\left(\omega_L^2 + \omega_0^2 + \frac{C^2}{\omega_L^2}\right)^2 - 4\omega_0^2\omega_L^2}}{2} > 0,$$

а также учитывая, что

$$\frac{\alpha + \omega_L^2}{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{B}{v_n^2 - \alpha_1} + \frac{D}{v_n^2 - \alpha_2} \right),$$

где

$$A = -\frac{(\omega_L^2 + \alpha_1)}{\alpha_2 - \alpha_1} = -\frac{(\omega_L^2 - \gamma_1)}{\gamma_1 - \gamma_2};$$

$$D = \frac{\omega_L^2 + \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} = \frac{\omega_L^2 - \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2},$$

получаем окончательное аналитическое выражение для предэкспоненты с учетом влияния локальной моды среды-термостата:

$$\tilde{B}^* = \frac{2\omega_0^2(a+b)^2}{(2\pi\beta)^{1/2}} \left\{ \left[\frac{A}{2\gamma_1} \left[\sqrt{\gamma_1}\beta \operatorname{cth} \left(\frac{\sqrt{\gamma_1}\beta}{2} \right) - 1 \right] + \frac{D}{2\gamma_2} \left[\sqrt{\gamma_2}\beta \operatorname{cth} \left(\frac{\sqrt{\gamma_2}\beta}{2} \right) - 1 \right] \right] \times \right.$$

$$\times \left\{ \frac{A}{2} \left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_1}} \frac{\operatorname{ch} \left(\sqrt{\gamma_1} \left(\frac{\beta}{2} - 2\tau_0 \right) \right)}{\operatorname{sh} \frac{\sqrt{\gamma_1}\beta}{2}} - \frac{1}{\gamma_1} \right] + \frac{D}{2} \left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_2}} \frac{\operatorname{ch} \left(\sqrt{\gamma_2} \left(\frac{\beta}{2} - 2\tau_0 \right) \right)}{\operatorname{sh} \frac{\sqrt{\gamma_2}\beta}{2}} - \frac{1}{\gamma_2} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} +$$

$$\left. + \left(\frac{A}{2} \left[\frac{1}{\gamma_1} - \frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_1}} \frac{\operatorname{ch} \left[\sqrt{\gamma_1} \left(\frac{\beta}{2} - 2\tau_0 \right) \right]}{\operatorname{sh} \frac{\sqrt{\gamma_1}\beta}{2}} \right] + \frac{D}{2} \left[\frac{1}{\gamma_2} - \frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_2}} \frac{\operatorname{ch} \left[\sqrt{\gamma_2} \left(\frac{\beta}{2} - 2\tau_0 \right) \right]}{\operatorname{sh} \frac{\sqrt{\gamma_2}\beta}{2}} \right] \right) \times \right.$$

$$\left. \times \left\{ \frac{A}{2} \left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_1}} \frac{\operatorname{ch} \left(\sqrt{\gamma_1} \left(\frac{\beta}{2} - 2\tau_0 \right) \right)}{\operatorname{sh} \frac{\sqrt{\gamma_1}\beta}{2}} - \frac{1}{\gamma_1} \right] + \right.$$

$$+ \frac{D}{2} \left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_2}} \frac{\operatorname{ch} \left(\sqrt{\gamma_2} \left(\frac{\beta}{2} - 2\tau_0 \right) \right)}{\operatorname{sh} \frac{\sqrt{\gamma_2} \beta}{2}} - \frac{1}{\gamma_2} \right] \left. \right\}^{-\frac{1}{2}} \Bigg\}. \quad (14)$$

Для последующих численных оценок используем введение безразмерных параметров $\omega_L^* = \left(\frac{\omega_L}{\omega_0} \right)^2$, $C^* = \left(\frac{C}{\omega_L \omega_0} \right)^2$,

$$\begin{aligned} \gamma_{1,2} &= \omega_0^2 \left[\frac{\left(\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2} + 1 + \frac{C^2}{\omega_L^2 \omega_0^2} \right) \mp \sqrt{\left(\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2} + 1 + \frac{C^2}{\omega_L^2 \omega_0^2} \right)^2 - \frac{4\omega_L^2}{\omega_0^2}}}{2} \right] = \\ &= \omega_0^2 \left[\frac{(\omega_L^* + 1 + C^*) \mp \sqrt{(\omega_L^* + 1 + C^*)^2 - 4\omega_L^*}}{2} \right]; \\ \sqrt{\gamma_{1,2}} &= \omega_0 \sqrt{\frac{\left(\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2} + \frac{C^2}{\omega_L^2 \omega_0^2} + 1 \right) \mp \sqrt{\left(\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2} + \frac{C^2}{\omega_L^2 \omega_0^2} + 1 \right)^2 - \frac{4\omega_L^2}{\omega_0^2}}}{2}} = \\ &= \omega_0 \sqrt{\frac{(\omega_L^* + 1 + C^*) \mp \sqrt{(\omega_L^* + 1 + C^*)^2 - 4\omega_L^*}}{2}}, \end{aligned}$$

при этом:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{(\omega_L^2 - \gamma_1)}{\gamma_1 - \gamma_2} = \frac{\omega_L^* - \frac{1}{2} \left[(\omega_L^* + 1 + C^*) - \sqrt{(\omega_L^* + 1 + C^*)^2 - 4\omega_L^*} \right]}{2\sqrt{(\omega_L^* + 1 + C^*)^2 - 4\omega_L^*}}, \\ D &= \frac{(\omega_L^2 - \gamma_2)}{\gamma_1 - \gamma_2} = \frac{\omega_L^* - \frac{1}{2} \left[(\omega_L^* + 1 + C^*) + \sqrt{(\omega_L^* + 1 + C^*)^2 - 4\omega_L^*} \right]}{2\sqrt{(\omega_L^* + 1 + C^*)^2 - 4\omega_L^*}}; \\ \tau^* &= \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} = \frac{1}{2\omega} \tau_0 = \frac{1}{2\omega} \left[\operatorname{arcsch} \left[\frac{1-b^*}{1+b^*} \operatorname{sh} \frac{\beta\omega}{2} \right] + \frac{\beta}{4} \right]. \end{aligned}$$

Условие (11) ограничивает применимость рассматриваемого приближения.

**Расчет вероятности 1D-диссипативного туннелирования
для случая осциллирующего и неосциллирующего режимов
туннельного переноса в квантовой молекуле с учетом влияния
двух локальных фононных мод**

Во введении была рассмотрена общая схема расчета вероятности 1D-диссипативного туннелирования, на основе которой в данном разделе при учете влияния двух локальных фононных мод будут аналитически получены формулы для случаев осциллирующего и неосциллирующего режимов 1D-туннельного переноса. Рассмотрим (8) с учетом взаимодействия с двумя локальными фононными модами ($\omega_{L1} = \omega_2$ и $\omega_{L2} = \omega_3$). Для упрощения будем предполагать это взаимодействие достаточно малым, т.е. $\frac{C}{\omega_0^2} \ll 1$

и $\frac{C}{\omega_L^2} \ll 1$. В этом случае

$$\zeta_n = v_n^2 \sum_{\alpha=2}^N \frac{C_\alpha^2}{\omega_\alpha^2 (\omega_\alpha^2 + v_n^2)},$$

где $v_n = \frac{2\pi n}{\beta}$; $\beta = \frac{\hbar}{kT}$;

$$\zeta_n = v_n^2 \frac{C_2^2}{\omega_2^2 (\omega_2^2 + v_n^2)} + v_n^2 \frac{C_3^2}{\omega_3^2 (\omega_3^2 + v_n^2)}; \quad \sin^2 v_n \tau_0 = \frac{1}{2} (1 - \cos 2v_n \tau_0).$$

В результате сумма в последнем слагаемом выражения (8) перепишется в виде $U = U_1 - U_2$, где

$$U_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_n^2 (v_n^2 + \omega_0^2 + v_n^2 \frac{C_2^2}{\omega_2^2 (\omega_2^2 + v_n^2)} v_n^2 + \frac{C_3^2}{\omega_3^2 (\omega_3^2 + v_n^2)})}; \quad (15)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2v_n \tau_0}{v_n^2 \left(v_n^2 + \omega_0^2 + v_n^2 \frac{C_2^2}{\omega_2^2 (\omega_2^2 + v_n^2)} v_n^2 + \frac{C_3^2}{\omega_3^2 (\omega_3^2 + v_n^2)} \right)}. \quad (16)$$

Обозначим $v_n^2 = x$ и преобразуем выражение в знаменателе:

$$\begin{aligned} & x \left[(x + \omega_0^2) \omega_2^2 \omega_3^2 (x + \omega_2^2) (x + \omega_3^2) + x C_2^2 \omega_3^2 (x + \omega_3^2) + x C_3^2 \omega_2^2 (x + \omega_2^2) \right] = \\ & = x \left[\omega_2^4 \omega_3^4 x + \omega_2^2 \omega_3^2 x^3 + \omega_2^2 \omega_3^2 x^2 (\omega_2^2 + \omega_3^2) + \omega_2^4 \omega_3^4 \omega_0^2 + \omega_2^2 \omega_3^2 \omega_0^2 x^2 + \right. \\ & \quad \left. + \omega_2^2 \omega_3^2 \omega_0^2 x (\omega_2^2 + \omega_3^2) + C_2^2 \omega_3^4 x + C_2^2 \omega_3^2 x^2 + C_3^2 \omega_2^4 x + C_3^2 \omega_2^2 x^2 \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= x \left[\omega_2^2 \omega_3^2 x^3 + x^2 \left\{ \omega_2^2 \omega_3^2 (\omega_2^2 + \omega_3^2) + \omega_0^2 \omega_2^2 \omega_3^2 + C_2^2 \omega_3^2 + C_3^2 \omega_2^2 \right\} + \right. \\
&\quad \left. + x \left\{ \omega_2^4 \omega_3^4 + \omega_0^2 \omega_2^2 \omega_3^2 (\omega_2^2 + \omega_3^2) + C_2^2 \omega_3^4 + C_3^2 \omega_2^4 \right\} + \omega_0^2 \omega_2^4 \omega_3^4 \right] = \\
&\quad = x \omega_2^2 \omega_3^2 \left[x^3 + x^2 \left\{ \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_0^2 + \frac{C_2^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2}{\omega_3^2} \right\} + \right. \\
&\quad \left. + x \left\{ \omega_2^2 \omega_3^2 + \omega_0^2 (\omega_2^2 + \omega_3^2) + \frac{C_2^2 \omega_3^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2 \omega_2^2}{\omega_3^2} \right\} + \omega_0^2 \omega_2^2 \omega_3^2 \right].
\end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned}
A &= \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_0^2 + \frac{C_2^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2}{\omega_3^2}, \\
B_\omega &= \omega_2^2 \omega_3^2 + \omega_0^2 (\omega_2^2 + \omega_3^2) + \frac{C_2^2 \omega_3^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2 \omega_2^2}{\omega_3^2}, \quad C = \omega_0^2 \omega_2^2 \omega_3^2,
\end{aligned}$$

тогда выражение в знаменателе первого слагаемого в (8) примет вид

$$x \omega_2^2 \omega_3^2 \underbrace{[x^3 + Ax^2 + B_\omega x + C]}_{=0} = x \omega_2^2 \omega_3^2 (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3).$$

Обозначим

$$Q = \frac{A^2 - 3B_\omega}{9}; \quad R = \frac{2A^3 - 9AB_\omega + 27C}{54}; \quad S = Q^3 - R^2; \quad \Phi = \frac{1}{3} \arccos \left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}} \right).$$

Если $S > 0$, тогда

$$\begin{aligned}
x_1 &= -2\sqrt{Q} \cos(\Phi) - \frac{A}{3}; \quad x_2 = -2\sqrt{Q} \cos\left(\Phi + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{A}{3}; \\
x_3 &= -2\sqrt{Q} \cos\left(\Phi - \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{A}{3}.
\end{aligned} \tag{17}$$

И первая сумма в (8) преобразуется к виду

$$U_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_2^2 \omega_3^2 (\omega_2^2 + v_n^2)(\omega_3^2 + v_n^2)}{v_n^2 \omega_2^2 \omega_3^2 (v_n^2 - x_1)(v_n^2 - x_2)(v_n^2 - x_3)}. \tag{18}$$

Выражение (18) разобьем на простые дроби:

$$\frac{\beta_0}{x} + \frac{\gamma}{x - x_1} + \frac{\phi}{x - x_2} + \frac{\Delta}{x - x_3} = \frac{x^2 + x(\omega_2^2 + \omega_3^2) + \omega_2^2 \omega_3^2}{x(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)},$$

где

$$\begin{aligned}\beta_0 &= -\frac{\omega_2^2 \omega_3^2}{x_1 x_2 x_3}, \\ \Delta &= \frac{x_3^2}{(x_3 - x_2)(x_1 - x_3)} \left\{ \frac{\omega_2^2 \omega_3^2}{x_1 x_2 x_3} \left(\frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{x_2 x_3} - 1 \right) + \frac{\omega_2^2 + \omega_3^2}{x_2 x_3} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{x_3} \left(1 + \frac{\omega_2^2 \omega_3^2}{x_1 x_2 x_3} \left[\frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{x_2 x_3} + (x_2 + x_3 - x_1) \right] \right) + \frac{(\omega_2^2 + \omega_3^2)(x_2 + x_3)}{x_2 x_3} \right\}, \\ \varphi &= \frac{x_2}{x_3(x_2 - x_1)} \left\{ \Delta \frac{x_2}{x_3} (x_1 - x_3) - 1 - \frac{\omega_2^2 \omega_3^2}{x_1 x_2 x_3} (x_2 + x_3 - x_1) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{x_2 + x_3}{x_2 x_3} \left\{ \omega_2^2 + \omega_3^2 + \frac{\omega_2^2 \omega_3^2}{x_1 x_2 x_3} (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) \right\} \right\}, \\ \gamma &= \frac{1}{x_2 x_3} \left\{ \omega_2^2 + \omega_3^2 - \Delta x_1 x_2 - \varphi x_1 x_3 - \beta_0 (x_2 x_3 + x_1 (x_2 + x_3)) \right\}, \quad v_n = \frac{2\pi n}{\beta}. \quad (19)\end{aligned}$$

В итоге U_1 преобразуется к виду

$$\begin{aligned}U_1 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta_0}{v_n^2} + \frac{\gamma}{v_n^2 - x_1} + \frac{\varphi}{v_n^2 - x_2} + \frac{\Delta}{v_n^2 - x_3} \right); \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_0}{v_n^2} &= \beta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^2}{4\pi^2 n^2} = \beta_0 \frac{\beta^2}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \beta_0 \frac{\beta^2}{24}; \\ x_1 &= -2\sqrt{Q} \cos \varphi - \frac{A}{3} = -x_{10} = -\left(2\sqrt{Q} \cos \varphi + \frac{A}{3} \right).\end{aligned}$$

Если $x_1 < 0$, то

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma}{v_n^2 + x_{10}} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma}{\frac{4\pi^2 n^2}{\beta^2} + x_{10}} = \\ &= \frac{\gamma \beta^2}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \frac{x_{10} \beta^2}{4\pi^2}} = \frac{\gamma \beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{2x_1 \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \operatorname{ctg} \left(\frac{\sqrt{x_1} \beta}{2\pi} \right) \right]; \quad \tilde{x}_{10}^2 = \frac{x_{10} \beta^2}{4\pi^2}, \\ x_2 &= -2\sqrt{Q} \cos \left(\Phi + \frac{2}{3} \pi \right) - \frac{A}{3} = -x_{20}, \quad \tilde{x}_{20}^2 = \frac{x_{20} \beta^2}{4\pi^2},\end{aligned}$$

$$x_3 = -2\sqrt{Q}\cos\left(\Phi - \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{A}{3} = -x_{30}, \quad \tilde{x}_{30}^2 = \frac{x_{30}\beta^2}{4\pi^2}.$$

Если $x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0$, то

$$U_1 = \frac{1}{2} \left\{ \beta_0 \frac{\beta^2}{24} + \frac{\gamma\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{2x_1\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \operatorname{ctg}\left(\frac{\sqrt{x_1}\beta}{2}\right) \right] + \frac{\phi\beta^2}{4\pi^2} \times \right. \\ \left. \times \left[-\frac{4\pi^2}{2x_2\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \operatorname{ctg}\left(\frac{\sqrt{x_2}\beta}{2}\right) \right] + \frac{\Delta\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{2x_3\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \operatorname{ctg}\left(\frac{\sqrt{x_3}\beta}{2}\right) \right] \right\}. \quad (20)$$

Перейдем к вычислению U_2 :

$$U_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta_0 \cos 2v_n T_0}{v_n^2} + \frac{\gamma \cos 2v_n T_0}{v_n^2 - x_1} + \frac{\phi \cos 2v_n T_0}{v_n^2 - x_2} + \frac{\Delta \cos 2v_n T_0}{v_n^2 - x_3} \right); \\ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_0 \cos^2 \frac{2\pi T_0 n}{\beta}}{\frac{4\pi^2 n^2}{\beta^2}} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2 \beta_0}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{2\pi T_0}{n}}{n^2} = \\ = \frac{1}{2} \left[\frac{\beta^2 \beta_0}{4\pi^2} \frac{1}{12} \left(3 \frac{(4\pi T_0)^2}{\beta} - 6\pi \frac{4\pi T_0}{\beta} + 2\pi^2 \right) \right] + \\ + \frac{1}{2} \gamma \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{4\pi T_0 n}{\beta}}{\frac{4\pi^2 n^2}{\beta^2} - x_1} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2 \gamma}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{4\pi T_0}{n}}{n^2 - \frac{x_1 \beta^2}{4\pi^2}} = \\ = \frac{1}{2} \frac{\beta^2 \gamma}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_1 \beta^2} \right\}.$$

При $x_1, x_2, x_3 > 0$ U_2 дает

$$U_2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\beta_0 \beta^2}{48} \left(3 \frac{(4\pi T_0)^2}{\beta} - \frac{24\pi^2 T_0}{\beta} + 2\pi^2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\gamma\beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2} \right\} + \right. \\ \left. + \frac{\phi\beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_2 \beta^2} \right\} + \right.$$

$$+ \frac{\Delta\beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_3\beta^2} \right\}. \quad (21)$$

Квазиклассическое действие с учетом двух локальных фононных мод сводится к выражению вида

$$S_B = 2\omega_0^2(a+b)a\tau_0 - \frac{2}{\beta}\omega_0^2(a+b)^2\tau_0^2 - \frac{4}{\beta}\omega_0^4(a+b)^2\{U_1 + U_2\},$$

где

$$\tau_0 = \frac{1}{2\omega_0} \operatorname{Arcsh} \left[\frac{b-a}{b+a} \operatorname{sh} \frac{\omega_0\beta}{4} \right] + \frac{\beta}{4} = \frac{1}{2\omega_0} \operatorname{Arcsh} \left[\frac{\frac{b}{a}-1}{\frac{b}{a}+1} \operatorname{sh} \frac{\omega_0\beta}{4} \right] + \frac{\beta}{4},$$

или

$$\tau_0^* = \tau_0\omega_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Arcsh} \left[\frac{\frac{b^*}{a^*}-1}{\frac{b^*}{a^*}+1} \operatorname{sh} \beta^* \right] + \beta^*; \quad \tau_0^* = \tau_0\omega_0; \quad \beta^* = \frac{\omega_0\beta}{4}.$$

Окончательно перенормированное выражение для 1D-квазиклассического инстантонного действия с учетом двух локальных мод среды-термостата для случая осциллирующего режима туннельного переноса принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{10} = \frac{S_{10}}{\omega_0 a^2} = & 2(b^*+1)\tau_0^* - \frac{1}{2\beta^*}(b^*+1)^2\tau_0^{*2} - \frac{(b^*+1)^2}{\beta^*} \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} \left[\beta_0\omega_0^2 \left(\frac{\beta\omega_0}{4} \right)^2 \frac{2}{3} + 4 \frac{\gamma\omega_0^2 \left(\frac{\beta\omega_0}{4} \right)^2}{\pi^2} \left[\frac{4\pi^2}{2x_1\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \operatorname{ctg} \left(\frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right) \right] + \right. \right. \\ & + 4 \frac{\phi\omega_0^2\beta^{*2}}{\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{2x_2\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \operatorname{ctg} \left(\frac{\sqrt{x_2}\beta}{2\pi} \right) \right] + \\ & \left. + 4 \frac{\Delta\omega_0^2\beta^{*2}}{\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{2x_3\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \operatorname{ctg} \left(\frac{\sqrt{x_3}\beta}{2\pi} \right) \right] \right] - \\ & - \frac{1}{2} \left[\beta_0\omega_0^2 \left(\frac{\beta\omega_0}{4} \right)^2 \frac{1}{3} \left(3 \left(\frac{4\pi\tau_0\omega_0}{\beta\omega_0} \right)^2 - \frac{6\pi^2\tau_0\omega_0}{\beta\omega_0} + 2\pi^2 \right) + \frac{4\gamma\omega_0^2 \left(\frac{\beta\omega_0}{4} \right)^2}{\pi^2} \times \right. \\ & \left. \times \left\{ \frac{\omega_0\pi^2}{4\sqrt{x_1}\beta\omega_0} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0\omega_0}{\beta\omega_0} \right) \frac{\sqrt{x_1}2\beta\omega_0}{\omega_0\pi 4} \right] \operatorname{cosec} \frac{2\sqrt{x_1}\beta_0\omega_0}{\omega_0} + \frac{\omega_0^2\pi^2}{8x_1\beta\omega_0} \right\} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4\phi\omega_0^2\beta^{*2}}{\pi^2} \left\{ \frac{\omega_0\pi^2}{4\sqrt{x_2}\beta^*} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0^*\omega_0}{\beta^*} \right) \frac{\sqrt{x_2}2\beta^*}{\omega_0\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{2\sqrt{x_2}}{\omega_0} \beta^* + \frac{\omega_0^2\pi^2}{8x_{20}\beta^{*2}} \right\} + \\
& + \frac{4\Delta\omega_0^2\beta^{*2}}{\pi^2} \left\{ \frac{\omega_0\pi^2}{4\sqrt{x_3}\beta^*} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0^*\omega_0}{\beta^*} \right) \frac{\sqrt{x_3}2\beta^*}{\omega_0\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{2\sqrt{x_3}}{\omega_0} \beta^* + \frac{\omega_0^2\pi^2}{8x_{30}\beta^{*2}} \right\} \Bigg\}. \quad (22)
\end{aligned}$$

Или для неосциллирующего режима переноса:

$$S_B = 2(1+b)a\tau_0 - \frac{1}{2\beta} \omega_0^2(1+b)^2\tau_0^{*2} - \frac{\omega_0^4(1+b)^2\{U_1 - U_2\}}{\beta},$$

где

$$\tau_0 = \frac{1}{2\omega_0} \operatorname{Arcsh} \left[\frac{b-a}{b+a} \operatorname{sh} \frac{\omega_0\beta}{4} \right] + \frac{\beta}{4} = \frac{1}{2\omega_0} \operatorname{Arcsh} \left[\frac{\frac{b}{a}-1}{\frac{b}{a}+1} \operatorname{sh} \frac{\omega_0\beta}{4} \right] + \frac{\beta}{4},$$

или

$$\tau_0^* = \omega_0\tau_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Arcsh} \left[\frac{\frac{b}{a}-1}{\frac{b}{a}+1} \operatorname{sh} \beta^* \right] + \beta^*.$$

Если $x_1, x_2, x_3 < 0$ ($x_{10}, x_{20}, x_{30} > 0$), то

$$\begin{aligned}
U_1 &= \frac{1}{2} \left\{ \beta_0 \frac{\beta^2}{24} + \frac{\gamma\beta^2}{4\pi^2} \left[\frac{1}{2\tilde{x}_{10}^2} + \frac{\pi}{2\tilde{x}_{10}} \operatorname{cth}(\pi\tilde{x}_{10}) \right] + \right. \\
& + \frac{\phi\beta^2}{4\pi^2} \left[\frac{1}{2\tilde{x}_{20}^2} + \frac{\pi}{2\tilde{x}_{20}} \operatorname{cth}(\pi\tilde{x}_{20}) \right] + \frac{\Delta\beta^2}{4\pi^2} \left[\frac{1}{2\tilde{x}_{30}^2} + \frac{\pi^2}{2\tilde{x}_{30}} \operatorname{cth}(\pi\tilde{x}_{30}) \right] \Bigg\}; \\
U_2 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\beta_0\beta^2}{48} \left(3 \left(\frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right)^2 - \frac{24\pi^2\tau_0}{\beta} + 2\pi^2 \right) + \right. \\
& + \frac{\gamma\beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{10}}\beta} \operatorname{ch} \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_{10}}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{x_{10}}\beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_{10}\beta^2} \right\} + \\
& + \frac{\phi\beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{20}}\beta} \operatorname{ch} \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_{20}}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{x_{20}}\beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_{20}\beta^2} \right\} + \\
& + \frac{\Delta\beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{30}}\beta} \operatorname{ch} \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_{30}}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{x_{30}}\beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_{30}\beta^2} \right\} \Bigg\}.
\end{aligned}$$

Перейдем к вычислению предэкспоненциального фактора с учетом двух локальных фононных мод:

$$B = \frac{2\omega_0^2(a+b)^2}{(2\pi\beta)^2} \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 v_n \tau_0}{\lambda_{0n}}}{\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2v_n \tau_0}{\lambda_{0n}} \right]^2}, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_{0n} &= v_n^2 + \omega_0^2 + \zeta_n, \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 v_n \tau_0}{v_n^2 + \omega_0^2 + \frac{v_n^2 C_2^2}{\omega_2^2(\omega_2^2 + v_n^2)} + \frac{v_n^2 C_3^2}{\omega_3^2(\omega_3^2 + v_n^2)}} &= \\ = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \cos 2v_n \tau_0) \omega_2^2 \omega_3^2 (\omega_2^2 + v_n^2)(\omega_3^2 + v_n^2)}{(\omega_0^2 + v_n^2) \omega_2^2 \omega_3^2 (\omega_2^2 + v_n^2)(\omega_3^2 + v_n^2) + v_n^2 C_2^2 \omega_3^2 (\omega_3^2 + v_n^2) + v_n^2 C_3^2 \omega_2^2 (\omega_2^2 + v_n^2)} &= \\ x = v_n^2 & \\ = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \cos 2v_n \tau_0)(\omega_2^2 + v_n^2)(\omega_3^2 + v_n^2)}{x^3 + Ax^2 + B_\omega x + C}, & \quad (24) \end{aligned}$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} A &= \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_0^2 + \frac{C_2^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2}{\omega_3^2}, \\ B_\omega &= \omega_2^2 \omega_3^2 + \omega_0^2 (\omega_2^2 + \omega_3^2) + \frac{C_2^2 \omega_3^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2 \omega_2^2}{\omega_3^2}, \quad C = \omega_0^2 \omega_2^2 \omega_3^2; \end{aligned}$$

обозначим также:

$$Q = \frac{A^2 - 3B_\omega}{9}; \quad R = \frac{2A^3 - 9AB_\omega + 27C}{54}; \quad S = Q^3 - R^2; \quad \Phi = \frac{1}{3} \arccos \left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}} \right).$$

При $S > 0$:

$$\begin{aligned} x_1 &= -2\sqrt{Q} \cos(\Phi) - \frac{A}{3}, \\ x_2 &= -2\sqrt{Q} \cos\left(\Phi + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{A}{3}, \end{aligned}$$

$$x_3 = -2\sqrt{Q}\cos\left(\Phi - \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{A}{3}.$$

Разложим знаменатель соотношения (24):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\omega_2^2 + v_n^2)(\omega_3^2 + v_n^2)}{(v_n^2 - x_1)(v_n^2 - x_2)(v_n^2 - x_3)} &= \frac{D}{v_n^2 - x_1} + \frac{E}{v_n^2 - x_2} + \frac{F}{v_n^2 - x_3}, \\ F &= \left\{ (\omega_2^2 + \omega_3^2 + x_2 + x_3)[x_2 x_3(x_1 + x_3) - x_1 x_3(x_2 + x_3)] + \right. \\ &\quad \left. + (x_2 - x_1)[(x_2 + x_3)\omega_2^2 \omega_3^2 + x_2 x_3(\omega_2^2 + \omega_3^2)] \right\} \cdot \{ (x_2 - x_1) \times \\ &\quad \times [x_1 x_2(x_2 + x_3) - x_2 x_3(x_1 + x_2)] - (x_1 - x_3)[x_2 x_3(x_1 + x_3) - x_1 x_3(x_2 + x_3)] \}^{-1}, \\ E &= \frac{\omega_2^2 + \omega_3^2 + x_2 + x_3 + F(x_1 - x_3)}{x_2 - x_1}; \quad D = -\frac{\omega_2^2 + \omega_3^2 + E(x_1 + x_3) + F(x_1 + x_2)}{x_2 + x_3}, \\ \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{D}{v_n^2 - x_1} &= \frac{D}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\frac{4\pi^2 n^2}{\beta^2} - x_1} = \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \frac{x_1 \beta^2}{4\pi^2}} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1 \beta^2} + 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \frac{x_1 \beta^2}{4\pi^2}} \right] \quad (\text{при } x_1 > 0) = \\ &= \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1 \beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_{10} \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2} \right\} \right]. \end{aligned}$$

Сумма, содержащая $\cos 2v_n \tau_0$, дает в этом случае

$$= -\frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1 \beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi \tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_1 \beta^2} \right\} \right]. \quad (25)$$

В итоге безразмерный предэкспоненциальный фактор в вероятности 1D-диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод для случая осциллирующего режима туннельного переноса определяется суммами двух типов:

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= \frac{B}{a^2 \omega^{3/2}} = \frac{2\omega_0^2 \left(\frac{b}{a} + 1 \right)^2}{(2\pi\beta)^{1/2}} \frac{V_1}{(V_2)^{1/2}}, \\ V_1 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 v_n \tau_0}{\lambda_{0n}} = \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1 \beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_{10} \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2} \right\} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_{20}\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2} \right\} \right] + \\
 & + \frac{1}{2} \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_{30}\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2} \right\} \right] - \\
 & - \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_1\beta^2} \right\} \right] - \\
 & - \frac{1}{2} \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_2\beta^2} \right\} \right] - \\
 & - \frac{1}{2} \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_3\beta^2} \right\} \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_2 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2\nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} = \\
 &= \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_1\beta^2} \right\} \right] + \\
 &+ \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_2\beta^2} \right\} \right] + \\
 &+ \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \cos \left[\left(\pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_3\beta^2} \right\} \right]. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Или для неосциллирующего режима переноса:

$$\begin{aligned}
 \tilde{B} &= \frac{B}{a^2 \omega_0^{3/2}} = \frac{2(b^* + 1)^2}{(2\pi\beta^*)^{1/2}} \frac{\tilde{V}_1}{\tilde{V}_2^{1/2}}, \\
 V_1 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} = \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ \frac{2\pi^2}{x_{10}\beta^2} + \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{10}}\beta} \operatorname{cth} \frac{\sqrt{x_{10}}\beta}{2} \right\} \right] + \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ \frac{2\pi^2}{x_{20}\beta^2} + \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{20}}\beta} \operatorname{cth} \frac{\sqrt{x_{20}}\beta}{2} \right\} \right] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ \frac{2\pi^2}{x_{30}\beta^2} + \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{30}\beta}} \operatorname{cth} \frac{\sqrt{x_{30}\beta}}{2} \right\} \right] - \\
& - \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{10}\beta}} \operatorname{ch} \left[\left(1 - \frac{4\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_{10}\beta}}{2} \right] \operatorname{cosech} \frac{x_{10}\beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_{10}\beta^2} \right\} \right] - \\
& - \frac{1}{2} \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{20}\beta}} \operatorname{ch} \left[\left(1 - \frac{\tau_0^*}{\beta^*} \right) \frac{\sqrt{x_{20}\beta}}{2} \right] \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{x_{20}\beta}}{2} - \frac{2\pi^2}{x_{20}\beta^2} \right\} \right] - \\
& - \frac{1}{2} \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{30}\beta}} \operatorname{ch} \left[\left(1 - \frac{4\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_{30}\beta}}{2} \right] \times \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \times \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{x_{30}\beta}}{2} - \frac{2\pi^2}{x_{30}\beta^2} \right\} \right], \tag{27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_2 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos v_n \tau_0}{\lambda_{0n}} = \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \times \\
& \times \left[-\frac{4\pi^2}{x_1\beta} + \left\{ \frac{\pi^2}{x_{10}\beta^2} + \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{10}\beta}} \operatorname{ch} \left[\left(1 - \frac{4\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_{10}\beta}}{2} \right] \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{x_{10}\beta}}{2} - \frac{2\pi^2}{x_{10}\beta^2} \right\} \right] + \\
& + \frac{1}{2} \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ \frac{2\pi^2}{x_{20}\beta^2} + \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{20}\beta}} \operatorname{cth} \frac{\sqrt{x_{20}\beta}}{2} \right\} \right] + \\
& + \frac{1}{2} \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[-\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ \frac{2\pi^2}{x_{30}\beta^2} + \frac{\pi^2}{\sqrt{x_{30}\beta}} \operatorname{cth} \frac{\sqrt{x_{30}\beta}}{2} \right\} \right]. \tag{28}
\end{aligned}$$

В результате аналитически найдены выражения для вероятности 1D-туннельного переноса с учетом влияния двух локальных фононных мод среды-термостата во внешнем электрическом поле при конечной температуре для случаев осциллирующего и неосциллирующего режимов туннелирования.

Сравнение теоретических кривых зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования во внешнем электрическом поле с экспериментальными туннельными ВАХ для InAs/GaAs КТ

Методы сканирующей зондовой микроскопии, в том числе сканирующей туннельной микроскопии (СТМ) и атомно-силовой микроскопии (АСМ) широко применяются для исследования морфологии, атомной структуры и энергетического спектра квантоворазмерных полупроводниковых структур.

Метод СТМ на поперечных сколах в сверхвысоком вакууме (СВВ) был применен для измерения локальной плотности состояний (ЛПС) в квантовых ямах. Настоящая работа была инициирована экспериментом, проведенным в Казанском физико-техническом институте им. Е. К. Завойского Казанского научного центра РАН (при участии Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского), по измерению туннельных вольт-амперных характеристик полупроводниковых квантовых точек InAs/GaAs(001), где были обнаружены несколько неэквидистантных пиков, интерпретированных нами ранее в рамках модели 1D-диссипативного туннелирования с учетом одной локальной фононной моды. При этом предложенная теоретическая модель позволила выявить только два единичных пика, один из которых оказался неустойчивым, что не вполне соответствовало имеющимся экспериментальным данным. Необходимо отметить, что особенности наблюдаемых туннельных ВАХ обычно интерпретируются в рамках модели резонансного туннелирования. В данной работе выдвинуто и теоретически обосновано предположение о том, что в режиме слабой диссипации возможен механизм туннельного переноса с участием двух локальных фононных мод окружающей матрицы [33, 34]. Этот нерезонансный механизм туннельного переноса, характерный для металлических КТ, может иметь место в легированных КТ в условиях, когда концентрацию носителей заряда можно менять в достаточно широких пределах с помощью внешнего электрического поля.

Для туннельной спектроскопии размерно-квантованных состояний в поверхностных КТ InAs/GaAs применялся метод комбинированной СТМ/АСМ в СВВ [33, 34]. Образцы для исследований пространственного и энергетического распределения ЛПС в КТ InAs методом туннельной АСМ были выращены на подложках n^+ -GaAs(001) марки АГЧО, легированных Sn, методом МОС-гидридной эпитаксии при атмосферном давлении к.ф.-м.н. Б. Н. Звонковым в Научно-исследовательском физико-техническом институте Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

Схема эксперимента представлена на рис. 9.

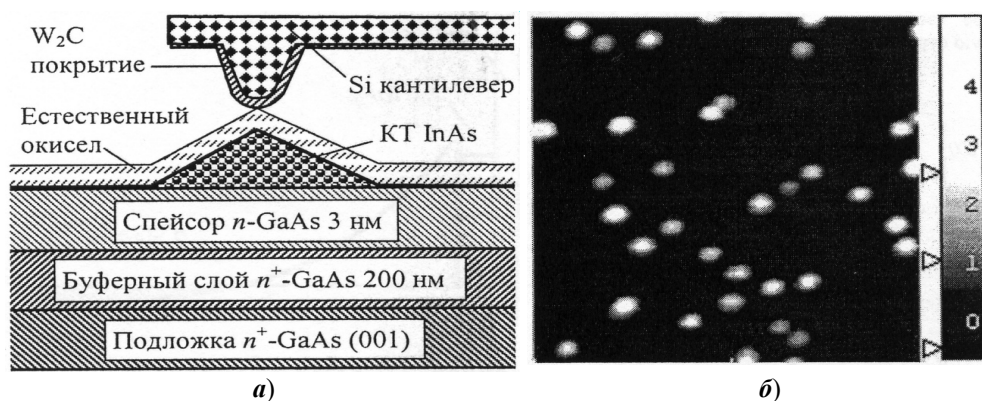


Рис. 9. Схема измерения токового изображения поверхностных КТ InAs/GaAs [33]: **а** – схема измерения токового изображения поверхностных КТ InAs/GaAs; **б** – АСМ-изображение поверхности КТ InAs/GaAs. Размер кадра $750 \times 750 \text{ нм}^2$, диапазон высот 5,9 нм

Схема исследуемых образцов представлена на рис. 9,а. Буферные слои n-GaAs толщиной ≈ 200 нм, легированные Si (концентрацией доноров $N_D \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$), выращивались при температуре 650°C , на их поверхности выращивались спейсерные слои нелегированного n-GaAs ($N_D \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$) толщиной ≈ 3 нм, необходимые для формирования треугольного потенциального барьера между КТ и n⁺-GaAs буферным слоем. КТ InAs формировались по механизму Странски – Крастанова при 530°C . Номинальная толщина осажденного слоя InAs составляла ≈ 5 монослоев (МС) или $\approx 1,5$ нм, температура роста – 540°C .

Эксперимент проводился при комнатной температуре в условиях СВВ при помощи сканирующего зондового микроскопа (СЗМ) Omicron UHV AFM/STM VT в составе СВВ комплекса Omicron Multi Probe P. Базовое давление в камере СЗМ составляло $\sim 10^{-10}$ Торр. Поверхность образца, покрытого естественным окислом, образовавшимся в процессе переноса из ростовой установки в СВВ-камеру для СЗМ-исследований, сканировалась р⁺-Si АСМ-зондом с покрытием W₂C в контактном режиме (рис. 9,а), между n⁺-GaAs подложкой и АСМ-зондом прикладывалась разность потенциалов V_g . В эксперименте регистрировались пространственные распределения силы тока между АСМ-зондом и образцом I_t как функция координаты АСМ-зонда в плоскости поверхности образца x, y (токовые изображения) при постоянном значении $V_g = \text{const}$. ВАХ контакта АСМ-зонда к поверхности КТ получались посредством измерения серии токовых изображений КТ при различных значениях V_g .

На рис. 9,б представлено АСМ-изображение поверхности исследуемого образца. Поверхностные КТ имели высоту $h = 5\text{--}6$ нм. Заметим, что латеральные размеры КТ на рис. 9,б значительно превышают ожидаемые для КТ, имеющих форму четырехгранной пирамиды, ограниченной плоскостями (101) для указанных значений h (10–12 нм), что связано с эффектом конволюции вследствие конечных размеров радиуса кривизны острия используемых АСМ-зондов $R_p \approx 35$ нм. На рис. 10,а приведено АСМ-изображение отдельной КТ, а на рис. 10,б–д – ее токовые изображения, полученные при различных значениях V_g , соответствующих максимумам на ВАХ контакта зонда к поверхности КТ, приведенной на рис. 11. ВАХ измерялась в точке, соответствующей вершине КТ.

Наблюдаемое увеличение тока I в местах, соответствующих контакту зонда с поверхностью КТ InAs/GaAs, могло быть связано с резонансным туннелированием электронов из АСМ-зонда в подложку через размерно-квантованные электронные состояния в КТ [33, 34]. Систему «АСМ-зонд – КТ – подложка» можно рассматривать как резонансно-туннельный диод, в котором металлическое покрытие АСМ-зонда играет роль эмиттера, буферный слой n⁺-GaAs – роль коллектора, а потенциальные барьеры образованы соответственно пленкой окисла на поверхности КТ и частью области пространственного заряда контакта зонд–образец, находящейся между буферным слоем и КТ (рис. 12).

Полученные токовые изображения $I(x, y)$, показанные на рис. 10,б–г, отражают пространственное распределение ЛПС в плоскости поверхности образца (x, y) [33, 34]:

$$\rho(x, y, E) \propto \sum_{n_1 n_2 n_3=0}^{N_1 N_2 N_3} |\psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y)|, \quad (29)$$

где $\psi_{n_1 n_2 n_3}$ – огибающие волновых функций размерно квантованных электронных состояний в КТ $|n_1 n_2 n_3\rangle$ (волновые функции $\psi_{n_1 n_2 n_3}$ считаются вырожденными по спину).

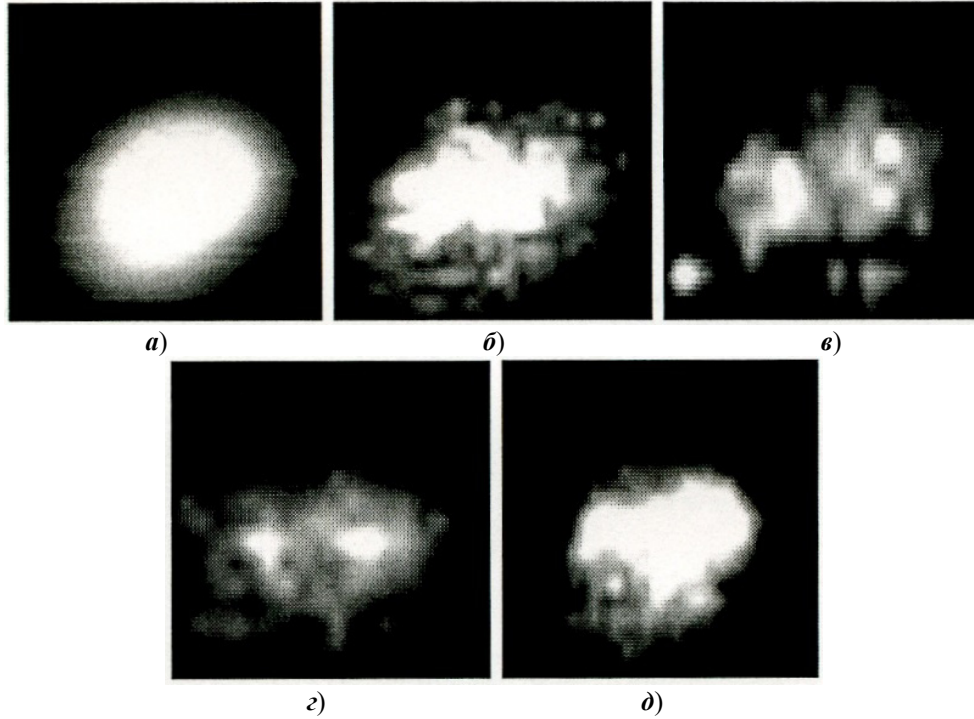


Рис. 10. АСМ-изображение (а) и токовые изображения (б–г) КТ InAs/GaAs. V_g В: б – 2,3; в – 2,6; г – 3,1; д – 3,7. Размер кадра $90 \times 90 \text{ нм}^2$ [33]

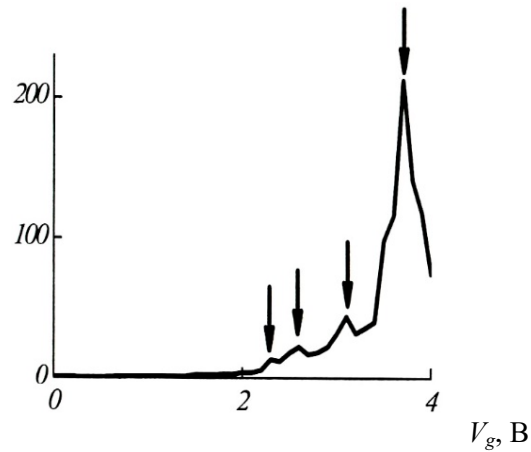


Рис. 11. ВАХ контакта АСМ-зонда к поверхности КТ в точке, соответствующей вершине КТ (рис. 10, а) [33]

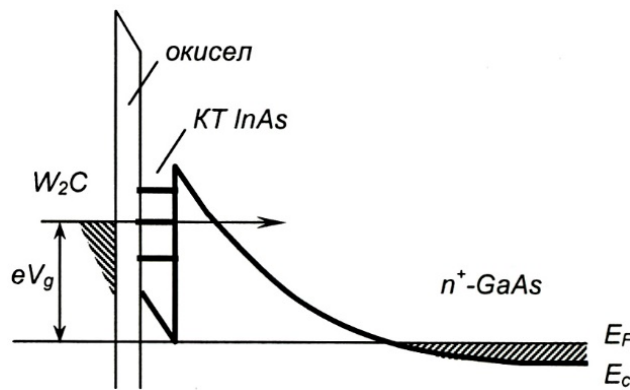


Рис. 12. Зонная диаграмма металлized ACSM-зонда с поверхностью KT InAs/ n^+ -GaAs [34]

Суммирование в (29) ведется по состояниям, энергия которых $E_{n_1 n_2 n_3} < E_F + eV_g$, т.е. лежащим ниже уровня Ферми в материале зонда (рис. 12). Токовое изображение на рис. 10,б имеет округлую форму, соответствующую симметрии основного электронного состояния в пирамидальных KT InAs/GaAs (001) [33, 34]. Токовые изображения на рис. 10,в,г имеют два выраженных максимума и могут быть сопоставлены с возбужденными состояниями в KT, которые имеют p -симметрию [33]. Токовое изображение на рис. 10,д имеет более сложную структуру. Асимметрия волновых функций основного и возбужденного состояний в KT, имеющих форму четырехгранной пирамиды, ограненной плоскостями (101), в направлениях $\langle 110 \rangle$ и $\langle 1\bar{1}0 \rangle$ объясняется в [33] влиянием пьезополя, которое понижает симметрию квантующего потенциала в KT с C_{4v} до C_{2v} . В исследованной структуре KT были вытянуты в направлении $\langle 110 \rangle$ (см. рис. 9,б и 10,а), перпендикулярном направлению разориентации подложки. Подобная асимметрия KT в первую очередь обуславливает пространственное распределение ЛПС $\rho(x, y)$ в KT. Также можно отметить, что огранка KT незаметна, что, по-видимому, обусловлено эффектом конволюции вследствие конечного радиуса закругления острия ACSM-зонда [33].

На туннельных спектрах KT (см. рис. 11) были обнаружены пики, связанные с туннелированием электронов из заполненных электронных состояний под уровнем Ферми в материале покрытия ACSM-зонда W_2C на размерно-квантованные уровни в KT. При интерпретации туннельных спектров KT следует учитывать, что эксперименты проводились при комнатной температуре, следовательно, в данных условиях возможны процессы диссипативного туннелирования электронов с поглощением или испусканием фононов. Ранее при интерпретации туннельных спектров KT InAs/GaAs(001) данный фактор не учитывался [33].

Качественное сравнение теоретической кривой вероятности 1D-диссипативного туннелирования (с учетом влияния одной локальной фононной моды в полупроводниковой матрице) и экспериментальной ВАХ для KT InAs/GaAs(001) представлено на рис. 13, где видно, что из серии неэквидистантных пиков на экспериментальной ВАХ с теоретическими качественно

совпадают только два, но один из них в рассматриваемой модели оказался неустойчивым. Данный результат указывает на необходимость уточнения теоретической модели для адекватного описания экспериментальных данных по туннельной спектроскопии КТ. В то же время известно, что в GaAs существуют два вида оптических фононов: поперечные (ТО) с энергией $\hbar\Omega \approx 34$ МэВ и продольные (ЛО) с $\hbar\Omega \approx 38$ МэВ. Данное обстоятельство обуславливает целесообразность рассмотрения двух локальных фононных мод окружающей матрицы в режиме слабой диссипации.

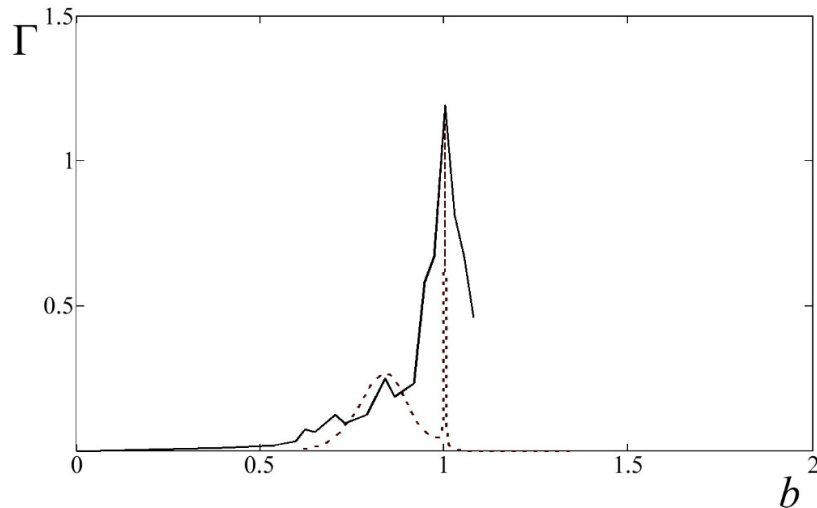


Рис. 13. Сравнение теоретических кривых (пунктирные линии) в модели 1D-диссипативного туннелирования для $\Gamma = B \exp(-S)$ с учетом влияния одной локальной моды среды-термостата с экспериментальными кривыми ВАХ для полупроводниковых квантовых точек из InAs/GaAs (сплошные линии)

Качественное сравнение модельной кривой вероятности 1D-диссипативного туннелирования ($\Gamma = B \exp(-S)$ с учетом влияния двух локальных фононных мод среды-термостата) и экспериментальной ВАХ для полупроводниковых КТ из InAs/GaAs представлено на рис. 14. При этом характерный неэквидистантный спектр пиков на экспериментальных ВАХ (для полупроводниковых квантовых точек из InAs/GaAs) и соответствующие пики на теоретической зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод среды-термостата от напряженности приложенного электрического поля качественно совпали гораздо лучше, чем это наблюдалось в модели, учитывающей влияние только одной локальной фононной моды.

Теоретические расчеты показали, что в зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования от напряженности внешнего электрического поля при конечной температуре и фиксированных параметрах окружающей матрицы возможен как осциллирующий, так и неосциллирующий режим туннельного переноса (рис. 14, 15). Осциллирующий режим обусловлен обменом энергией туннелирующего электрона с двумя фононами, в результате чего могут образовываться состояния, различающиеся временем жизни, интерференция которых наряду с «подстройкой» под них стартового

энергетического уровня во внешнем электрическом поле может давать соответствующие осцилляции полевой зависимости вероятности туннелирования. С ростом константы взаимодействия с контактной средой (с увеличением ее «вязкости») эта интерференция оказывается подавленной и реализуется неосциллирующий режим диссипативного туннелирования.

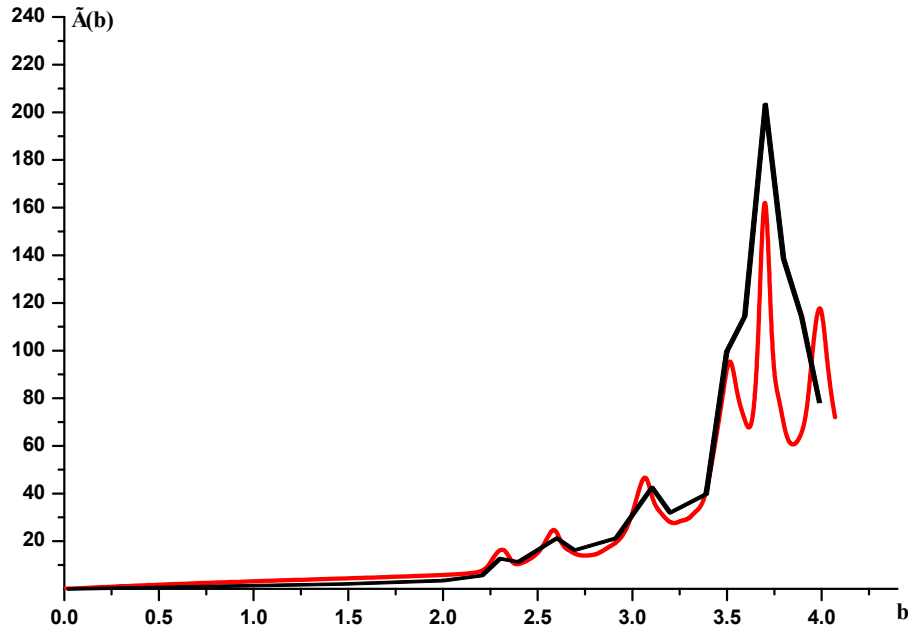


Рис. 14. Сравнение теоретических кривых (светлая линия) в 1D-модели диссипативного туннелирования для $\Gamma = B \exp(-S)$ с учетом влияния двух локальных мод среды-термостата с экспериментальными кривыми ВАХ для полупроводниковых квантовых точек из InAs/GaAs (темная линия)

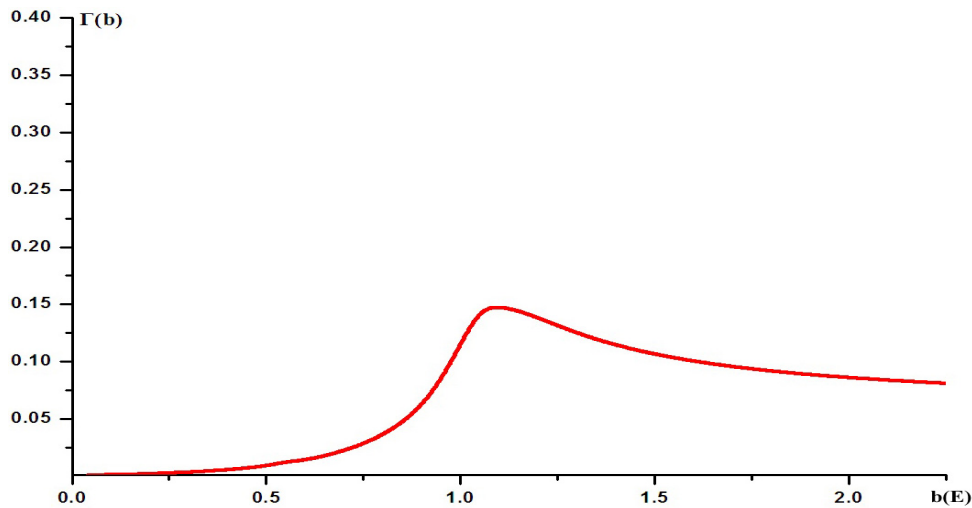


Рис. 15. Теоретическая кривая для вероятности 1D-диссипативного туннелирования в неосциллирующем режиме переноса

Таким образом, проведенный анализ продемонстрировал качественное соответствие расчетных кривых для вероятности туннелирования с некоторыми экспериментальными ВАХ в схемах исследования управляемых характеристик проводимости отдельных полупроводниковых квантовых точек InAs/GaAs. И хотя некоторые особенности на экспериментальных туннельных ВАХ интерпретировались ранее другими авторами [33] как эффекты консервативного (резонансного) туннелирования, качественное сравнение полученных теоретических полевых зависимостей с экспериментальными ВАХ позволило сделать вывод о реализации в отдельных случаях эффектов диссипативного туннелирования.

Заключение

Аналитически рассчитана вероятность 1D-диссипативного туннелирования в приближении разреженного газа пар «инстантон – антиинстантон» с точностью до предэкспоненциального фактора с учетом влияния двух локальных фононных мод для двухъямного модельного осцилляторного потенциала во внешнем электрическом поле при конечной температуре.

Показано, что характерный неэквидистантный спектр пиков на экспериментальных ВАХ (для полупроводниковых квантовых точек из InAs/GaAs) и соответствующие пики на теоретической зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод среды-термостата от напряженности приложенного электрического поля качественно совпадают гораздо лучше, чем это наблюдалось в модели, учитывающей влияние только одной локальной фононной моды.

Теоретически выявлены осциллирующий и неосциллирующий режимы 1D-диссипативного туннельного переноса с учетом влияния двух локальных фононных мод, при этом качественное соответствие с экспериментальной туннельной ВАХ для полупроводниковых квантовых точек из InAs/GaAs наблюдалось только в случае осциллирующего режима одномерного диссипативного туннелирования.

Учет влияния двух локальных фононных мод приводит к реализации как осциллирующего, так и неосциллирующего режимов 1D-диссипативного туннелирования. Выявлено качественное соответствие полевой зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования в случае осциллирующего режима туннельного переноса с экспериментальными туннельными ВАХ для InAs/GaAs КТ, обусловленное существенным вкладом механизма диссипативного туннелирования.

Библиографический список

1. **Алешкин, В. Я.** Примесные резонансные состояния в полупроводниках (обзор) / В. Я. Алешкин, Л. В. Гавриленко, М. А. Одноблюдов, И. Н. Ясиевич // Физика и техника полупроводников. – 2008. – Т. 42, № 8. – С. 899–922.
2. Управляемое диссипативное туннелирование. Туннельный транспорт в низкоразмерных системах : монография, посвященная памяти академика РАН А. И. Ларкина / Э. Дж. Леггет, Ю. Н. Овчинников, В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, П. В. Кревчик и др. ; под редакцией Нобелевского лауреата Э. Дж. Леггета – Москва : Физматлит, 2012. – 495 с.
3. **Дахновский, Ю. И.** Низкотемпературные химические реакции как туннельные системы с диссипацией / Ю. И. Дахновский, А. А. Овчинников, М. Б. Семенов

- нов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1987. – Т. 92, № 3. – С. 955–967.
4. Two-dimensional tunnel correlations with dissipation/ A. K. Aringazin, Yu. I. Dahnovsky, V. D. Krevchik, M. B. Semenov, A. A. Ovchinnikov, K. Yamamoto // Physical Review B. – 2003. – Vol. 68. – P. 155426-1–155426-12.
5. **Ивлев, Б. И.** Распад метастабильных состояний при наличии близких подбарьерных траекторий / Б. И. Ивлев, Ю. Н. Овчинников // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1987. – Т. 93, № 2 (8). – С. 668–679.
6. **Жуковский, В. Ч.** Квантовые эффекты в мезоскопических системах Ч. I. Квантовое туннелирование с диссипацией. / В. Ч. Жуковский, В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, А. И. Тернов. – Москва : Изд-во физического ф-та МГУ, 2002. – 108 с.
7. Введение в современную мезоскопию / А. К. Арынгазин, Ю. И. Дахновский, В. Ч. Жуковский, В. Д. Кревчик, А. А. Овчинников, М. Б. Семенов, А. И. Тернов. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2003. – 570 с.
8. **Golovach, V. N.** Transport through a double quantum dot in the sequential- and co- tunneling regimes / V. N. Golovach, Loss Daniel. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0308241>.
9. **Alexandrov, A. S.** Bi-stable tunneling current through a molecular quantum dot / A. S. Alexandrov, A. M. Bratkovsky, R. S. Williams. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0204387>.
10. **Benderskii, V. A.** Chemical Dynamics at Low Temperatures / V. A. Benderskii, D. E. Makarov, C. A. Wight. – New York : Willey-Interscience, 1994. – P. 385.
11. **Qin, H.** Superposition of photon- and phonon- assisted tunneling in coupled quantum dots / H. Qin, A. W. Holleitner, K. Eberl, R. H. Blick. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0011155>.
12. **Grodecka, A.** Phonon-assisted tunneling between singlet states in two-electron quantum dot molecules / A. Grodecka, P. Machnikowski, J. Forstner. – URL: arXiv:0803.1734v2 [cond-mat.mes-hall]
13. **Trocha, P.** Phonon-Assisted Electronic Transport through Double Quantum Dot System Coupled to Ferromagnetic Leads / P. Trocha, W. Rudzinski // ACTA PHYSICA POLONICA A. – 2013. – Vol. 124, № 5. – P. 843–845.
14. **Braakman, F. R.** Photon- and phonon-assisted tunneling in the three-dimensional charge stability diagram of a triple quantum dot array / F. R. Braakman, P. Barthelemy, Ch. Reichl, W. Wegscheider, L. M. K. Vandersypen. – URL: arXiv:1303.2533v1 [cond-mat.mes-hall]
15. **Mielnik-Pyszcorski, A.** Phonon-assisted tunnelling of electrons in a quantum well-quantum dot injection structure / A. Mielnik-Pyszcorski, K. Gawarecki, P. Machnikowski. – URL: arXiv:1405.5067v1 [cond-mat.mes-hall]
16. **Jouault, B.** The theory of magneto – transport in quantum dots: 3D – 0D and 2D – 0D tunneling and selection rules for the angular momentum / B. Jouault, M. Boero, G. Faini, J. C. Inkson. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/9809071> (дата обращения: 30.05.2015).
17. **Li-jun, Liu.** Resonant tunneling through a coupled double quantum well in the presence of electron-phonon interaction / Liu Li-jun, Yuan-tai Du, and Hong Zhou, Tsung-han Lin // Phys. Rev. B. – 1996. – Vol. 54, № 3. – P. 1953–1958.
18. **Venkatesan, A.** Dissipation due to tunneling two-level systems in gold nanomechanical resonators / A. Venkatesan. – URL: arXiv:0912.1281v1 [cond-mat.mes-hall]
19. **Bomze, Yu.** Resonant Tunneling in a Dissipative Environment / Yu. Bomze. – URL: arXiv:1010.1527v1 [cond-mat.mes-hall]
20. **Ferry, D. K.** Transport in Nanostructures / David K. Ferry, Stephen M. Goodnick, Jonathan Bird. – URL: <http://www.cambridge.org/9780521877480>

21. **Boese, D.** Mesoscopic effects in tunneling between parallel quantum wires / D. Boese, M. Governale, A. Rosch, U. Zuelicke // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 64. – P. 085315. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0103372> (дата обращения: 29.05.2015).
22. **Tserkovnyak, Y.** Finite – size effects in tunneling between parallel quantum wires / Y. Tserkovnyak, B. I. Halperin, O. M. Auslaender, A. Yacoby // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 89. – P. 136805. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0204387> (дата обращения: 29.05.2015).
23. **Foa Torres, L. E. F.** Coherent versus sequential electron tunneling in quantum dots / L. E. F. Foa Torres, C. H. Lewenkopf, H. M. Pastawski. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0306148> (дата обращения: 29.05.2015).
24. **Vorrath, T.** Dicke Effect in the Tunnel Current through two Double Quantum Dots / T. Vorrath, T. Brandes // *Phys. Rev. B.* – 2003. – Vol. 68. – P. 035309. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0305439>.
25. Isotope effect on the lifetime of the 2p 0 state in phosphorus-doped silicon / H.-W. Hübers, S. G. Pavlov, S. A. Lynch et al. // *Phys. Rev. B.* – 2013. – Vol. 88. – P. 035201.
26. Terahertz gain on shallow donor transitions in silicon / R. Kh. Zhukavin, V. N. Shastin, S. G. Pavlov et al. // *J. Appl. Phys.* – 2007. – Vol. 102. – P. 093104.
27. **Hübers, H.-W.** Terahertz silicon lasers based on intracenter impurity transitions / H.-W. Hübers, S. G. Pavlov, R. Kh. Zhukavin, V. N. Shastin // *Terahertz Science and Technology.* – 2014. – Vol. 7, № 4. – P. 172–180.
28. Terahertz semiconductor heterostructure laser / R. Köhler, A. Tredicucci, F. Beltram et al. // *Nature.* – 2002. – Vol. 417. – P. 156–159.
29. **Tonouchi, M.** Cutting-edge THz technology / M. Tonouchi // *Nature Photonics.* – 2007. – Vol. 1, № 2. – P. 97–105.
30. Излучение и фотопроводимость в квантовых ямах GaAs/AlGaAs n-типа в терагерцовой области спектра: роль резонансных состояний / Д. А. Фирсов, В. А. Шалыгин, В. Ю. Паневин, Г. А. Мелентьев, А. Н. Софронов и др. // *Физика и техника полупроводников.* – 2010 – Т. 44, № 11. – С. 1443–1446.
31. Терагерцовое излучение, связанное с примесными переходами электронов в квантовых ямах при оптической и электрической накачке / Д. А. Фирсов, Л. Е. Воробьев, В. Ю. Паневин, А. Н. Софронов, Р. М. Балагула, И. С. Махов, Д. В. Козлов, А. П. Васильев // *Физика и техника полупроводников.* – 2015. – Т. 49, № 1. – С. 30–34.
32. **Овчинников, Ю. Н.** Проводимость гранулированных металлических пленок / Ю. Н. Овчинников // *Журнал экспериментальной и теоретической физики* – 2007. – Т. 131, № 2. – С. 286–290.
33. Резонансное туннелирование электронов через нанокластеры, сформированные в стабилизированном диоксиде циркония методом ионной имплантации / Д. А. Антонов, Г. А. Вугальтер, О. Н. Горшков, А. П. Касаткин, Д. О. Филатов, М. Е. Шенина // *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского.* Серия: Физика твердого тела. – 2007. – № 3. – С. 55–60.
34. Резонансное туннелирование с участием фононов и его фононный контроль / В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, Д. О. Филатов, П. В. Кревчик и др. // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики.* – 2016. – Т. 104, № 6. – С. 406–412.
35. **Gorokhov, D. A.** Ultrasharp crossover from quantum to classical decay in a quantum dot flanked by a double – barrier tunneling structure / D. A. Gorokhov, da Silveira Rava A. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0308023> (дата обращения: 29.05.2015).
36. **Thielmann, A.** Shot noise in tunneling transport through molecules and quantum dots / A. Thielmann, M. H. Hettler, J. König, G. Schön // *Phys. Rev. B.* – 2003. –

- Vol. 68. – P. 115105. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0302621> (дата обращения: 29.05.2015).
37. **Ханин, Ю. Н.** Резонансное Г-Х-туннелирование в однобарьерных гетероструктурах GaAs/AlAs/GaAs / Ю. Н. Ханин, Е. Е. Вдовин, Ю. В. Дубровский // Физика и техника полупроводников. – 2004. – Т. 38, № 4. – С. 436–447.
38. **Бурдов, В. А.** Динамический контроль электронных состояний в двойной квантовой точке в условиях слабой диссипации / В. А. Бурдов, Д. С. Соленов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2004. – Т. 125, № 3. – С. 684–692.
39. **Caldeira, A. O.** Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems / A. O. Caldeira, A. J. Leggett // Phys. Rev. Lett. – 1981. – Vol. 46, № 4. – P. 211–214.
40. **Ларкин, А. И.** Квантовое туннелирование с диссипацией / А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1983. – Т. 37, № 7. – С. 322–325.
41. **Тернов, И. М.** Квантовая механика и макроскопические эффекты / И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, А. В. Борисов. – Москва : Изд-во МГУ, 1993. – 198 с.
42. **Ландау, Л. Д.** Теоретическая физика : учеб. пособие : в 10 т. Т. 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Москва : Наука, 1989.
43. **Имри, Й.** Введение в мезоскопическую физику / Й. Имри. – Москва : Физматлит, 2002. – 304 с.
44. **Caldeira, A. O.** Quantum tunnelling in a dissipative system / A. O. Caldeira, A. J. Leggett // Ann. of Phys. – 1983. – Vol. 149, № 2. – P. 374–456.
45. **York, J. T.** Control of electron current by double-barrier structures using pulsed laser fields / J. T. York, R. D. Coalson, Yu. Dahnovsky // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 65. – P. 235321-1–235321-8.
46. **Kiselev, M. N.** Resonance Kondo tunneling through a double quantum dot at finite bias / M. N. Kiselev, K. Kikoin, L. W. Molenkamp // Phys. Rev. B. – 2003. – Vol. 68. – P. 155323. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0308619> (дата обращения: 30.05.2015).
47. **Sprekeler, H.** Coulomb effects in tunneling through a quantum dot stack / H. Sprekeler, G. Kiesslich, A. Wacker, E. Schoell. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0309696> (дата обращения: 30.05.2015).
48. **Tavares Marcos, R. S.** Tunneling effects on impurity spectral function in coupled asymmetric quantum wires / R. S. Tavares Marcos, G. Q. Hai, G. E. Marques – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0308191> (дата обращения: 30.05.2015).
49. Voltage – controlled spin selection in a magnetic resonant tunneling diode / A. Slobodskyy, C. Gould, T. Slobodskyy, C. R. Becker, G. Schmidt, L. W. Molenkamp. – URL: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0305124> (дата обращения: 29.05.2015).
50. Real-time detection of single-electron tunneling using a quantum point contact / L. M. K. Vandersypen, J. M. Elzerman, R. N. Schouten, L. H. Willems van Beveren, R. Hanson, L. P. Kouwenhoven // Applied Physics Letters. – 2004. – Vol. 85, № 19. – P. 4394–4396.
51. Observation of photon – assisted tunneling through a quantum dot / L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, J. Orenstein, P. L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa, H. Sakaki // Phys. Rev. Lett. – 1994. – Vol. 73, № 25. – P. 3443–3446.
52. Shell-tunneling spectroscopy of the single – particle energy levels of insulating quantum dots / E. P. A. M. Bakkers, Z. Hens, A. Zunger, A. Franceschetti, L. P. Kouwenhoven, L. Gurevich, D. Vanmaekelbergh // Nano Letters. – 2001. – Vol. 1, № 10. – P. 551–556.

53. Межподзонное поглощение света в селективно легированных двойных туннельно связанных квантовых ямах / В. Л. Зерова, В. В. Капаев, Л. Е. Воробьев, Д. А. Фирсов, S. Schmidt, Е. А. Зибик, А. Seilmeier, E. Towe // Физика и техника полупроводников. – 2004. – Т. 38, № 12. – С. 1455–1462.
54. **Хабаров, Ю. В.** Исследования физических явлений в полупроводниковых наноструктурах с использованием планарно-неоднородных слоев. Фотолуминесценция туннельно-связанных квантовых ям / Ю. В. Хабаров, В. В. Капаев, В. А. Петров // Физика и техника полупроводников. – 2004. – Т. 38, № 4. – С. 455–464.
55. Межподзонное поглощение света в гетероструктурах с двойными туннельно-связанными квантовыми ямами GaAs/AlGaAs / Л. Е. Воробьев, В. Ю. Паневин, Н. К. Федосов, Д. А. Фирсов, В. А. Шалыгин, В. В. Капаев, S. Hanna, S. Schmidt, E. A. Zibik, A. Seilmeier // Физика и техника полупроводников. – 2005. – Т. 39, № 1. – С. 49–52.
56. **Ханин, Ю. Н.** Нулевые аномалии транспортных характеристик однобарьерных гетероструктур GaAs/AlAs/GaAs как проявление резонансного туннелирования между параллельными двумерными электронными газами и подавление резонансного туннелирования в магнитном поле как проявление кулоновской щели в туннельной плотности состояний / Ю. Н. Ханин, Ю. В. Дубровский, Е. Е. Вдовин // Физика и техника полупроводников. – 2003. – Т. 37, № 6. – С. 717–723.
57. Influence of energy level alignment on tunneling between coupled quantum dots / D. Dixon, L. P. Kouwenhoven, P. L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa, H. Sakaki // Phys. Rev. B. – 1996. – Vol. 53, № 19. – P. 12625–12628.
58. Time-resolved tunneling of single electrons between Landau levels in a quantum dot / N. C. Van der Vaart, van Steveninck M. P. de Ruyter, L. P. Kouwenhoven, A. T. Johnson, Yu. V. Nazarov, C. J. P. M. Harmans, C. T. Foxon // Phys. Rev. Lett. – 1994. – Vol. 73, № 2. – P. 320–323.
59. **Nitzan, A.** Electron transmission through molecules and molecular interfaces / A. Nitzan // Annual Reviews of Physical Chemistry. – 2001. – Vol. 52. – P. 681–750.
60. **Benjamin, I.** Asymmetric tunneling through ordered molecular layers / I. Benjamin, D. Evans, A. Nitzan // Journal of Chemical Physics. – 1997. – Vol. 106. – P. 1291–1293.
61. **Ireneusz, W.** Tunnel magnetoresistance of quantum dots coupled to ferromagnetic leads in the sequential and cotunneling regimes / W. Ireneusz, König Jürgen, Martinek Jan, Barnas Józef, Schön Gerd // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 72. – P. 115334. – DOI 10.1103/PhysRevB.72.115334,
62. **Könemann, J.** Tunneling resonances in quantum dots: Coulomb interaction modifies the width / J. Könemann, B. Kubala, J. König, R. J. Haug. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0506505>
63. **Kwapinski, T.** Photon-assisted electron transport through a three-terminal quantum dot system with nonresonant tunneling channels / T. Kwapinski, R. Taranko, E. Taranko. – URL : <http://www.arxiv.org/cond-mat/0501634>
64. **Thielmann, A.** Co-tunneling current and shot noise in quantum dots / A. Thielmann, M. H. Hettler, J. König, G. Schön. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0501534>
65. **Huettel, A. K.** Control of the tunnel splitting in a one-electron double quantum dot / A. K. Huettel. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0501012>
66. Single-shot readout of electron spin states in a quantum dot using spin-dependent tunnel rates / R. Hanson, L. H. Willemsvan Beveren, I. T. Vink, J. M. Elzerman, W. J. M. Naber, F. H. L. Koppens, L. P. Kouwenhoven, L. M. K. Vandersypen. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0412768>

67. **Rudzinski, W.** Spin effects in electron tunnelling through a quantum dot coupled to non-collinearly polarized ferromagnetic leads / W. Rudzinski, J. Barnas, R. Swirkowicz, M. Wilczynski. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0409386>
68. Spin-dependent Andreev reflection tunneling through a quantum dot with intradot spin-flip scattering / Xiufeng Cao, Yaoming Shi, Xiaolong Song, Shiping Zhou, Hao Chen. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0409180>
69. **Rontani, M.** Imaging quasi-particle wavefunctions in quantum dots via tunneling spectroscopy / M. Rontani, E. Molinari // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 71. – P. 233106. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0408454>.
70. Determination of the tunnel rates through a few-electron quantum dot / R. Hanson, I. T. Vink, D. P. DiVincenzo, L. M. K. Vandersypen, J. M. Elzerman, L. H. Willems van Beveren, L. P. Kouwenhoven. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0407793>
71. Shot noise of inelastic tunneling through quantum dot systems / Bing Dong, H. L. Cui, X. L. Lei, J. Norman, M. Horing // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 71. – P. 45331. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0407655>
72. Coulomb and Spin blockade of two few-electrons quantum dots in series in the co-tunneling regime / M. Ciorga, M. Pioro-Ladrière, P. Zawadzki, J. Lapointe, Z. Wasilewski, A. S. Sachrajda. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0407071>
73. **Djuric, I.** Shot noise in resonant tunneling through an interacting quantum dot with intradot spin-flip scattering / I. Djuric, Bing Dong, H. L. Cui // IEEE transactions on Nanotechnology 4. – 2005. – Vol. 71. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0406679>
74. **Ryndyk, D. A.** Inelastic resonant tunneling through single molecules and quantum dots: spectrum modification due to nonequilibrium effects / D. A. Ryndyk, J. Keller. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0406181>
75. Single-dot spectroscopy via elastic single-electron tunneling through a pair of coupled quantum dots / T. Ota, K. Ono, M. Stopa, T. Hatano, S. Tarucha, H.Z. Song, Y. Nakata, T. Miyazawa, T. Ohshima, N. Yokoyama // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93. – P. 066801. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0405545>
76. Time-dependent resonant tunneling for a parallel-coupled double quantum dots / Bing Dong, I. Djuric, H. L. Cui, X. L. Lei // J. Phys.: Cond. Matter 16. – 2004. – P. 4303. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403741>.
77. **Villas-Boas, J. M.** Selective coherent destruction of tunneling in a quantum-dot array / J. M. Villas-Boas, E. Sergio Ulloa, Studart Nelson // Phys. Rev. B. – 2004. – Vol. 70. – P. 041302 (R). – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403447>
78. **Villas-Boas, J. M.** Coherent control of tunneling in a quantum dot molecule / J. M. Villas-Boas, A. O. Govorov, E. Sergio Ulloa // Phys. Rev. B. – 2004. – Vol. 69. – P. 125342. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403445>
79. Shot noise in tunneling through a single quantum dot / A. Nauen, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz, R. J. Haug. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403108>
80. **Bing Dong.** Photon-Phonon-assisted tunneling through a single-molecular quantum dot / Bing Dong, H. L. Cui, X. L. Lei // Phys. Rev. B. – 2004. – Vol. 69. – P. 205315. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0402684>
81. **Sprekeler, H.** Coulomb effects in tunneling through a quantum dot stack / H. Sprekeler, G. Kiesslich, A. Wacker, E. Schoell // Phys. Rev. B. – 2004. – Vol. 69. – P. 125328. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0309696>
82. **Sprekeler, H.** Positive Correlations in Tunneling through coupled Quantum Dots / H. Sprekeler, G. Kiesslich, A. Wacker, E. Schoell // Semicond. Sci. Technol. – 2004. – Vol. 19. – P. S37. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0309027>
83. **Kiselev, M. N.** Resonance Kondo Tunneling through a Double Quantum Dot at Finite Bias / M. N. Kiselev, K. Kikoin, L.W. Molenkamp // Phys. Rev. B. – 2003. – P. 155323. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0308619>

84. **Taranko, R.** Influence of microwave fields on the electron transport through a quantum dot in the presence of a direct tunneling between leads / R. Taranko, T. Kwapinski, E. Taranko. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0304121>
85. **Björn, Kubala.** Aharonov-Bohm interferometry with quantum dots: scattering approach versus tunneling picture / Björn Kubala, Jürgen König // Phys. Rev. B. – 2003. – Vol. 67. – P. 205303. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0212536>
86. **Kuzmenko, T.** Two-channel Kondo tunneling in triple quantum dot / T. Kuzmenko, K. Kikoin, Y. Avishai // Europhys. Lett. – 2003. – Vol. 64. – P. 218. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0211281>
87. Correlated tunneling in intramolecular carbon nanotube quantum dots / M. Thorwart, M. Grifoni, G. Cuniberti, H. W. Ch. Postma, C. Dekker // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – P. 196402. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0210511>
88. Tuning the onset voltage of resonant tunneling through InAs quantum dots by growth parameters / I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, U. F. Keyser, K. Pierz, Z. Ma, R. J. Haug. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0210375>
89. Shot Noise in Tunneling through a Quantum Dot Array / G. Kiesslich, A. Wacker, E. Schoell, A. Nauen, F. Hohls, R. J. Haug // Phys. Status Solidi (C). – 2003. – P. 1293. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0209523>
90. **David, M.** Spontaneous spin polarized tunneling current through a quantum dot array / M. David, T. Kuo, Y. C. Chang. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0209499>
91. **Osamu, Sakai.** Study on the Kondo effect in the tunneling phenomena through a quantum dot / Osamu Sakai, Wataru Izumida. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0208505>
92. **Aldea, A.** Tunneling properties of quantum dot arrays in strong magnetic field / A. Aldea, V. Moldoveanu, B. Tanatar. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0207632>
93. **Rojt, P.** Luttinger liquid behavior in tunneling through a quantum dot at zero magnetic field / P. Rojt, Y. Meir, A. Auerbach. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0207113>
94. **Kiselev, M. N.** Electric Field Induced Kondo Tunneling Through Double Quantum Dot / M. N. Kiselev, K. Kikoin, L. W. Molenkamp. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0206503>
95. **Cardamone, D. M.** Coherence and Decoherence in Tunneling between Quantum Dots / D. M. Cardamone, C. A. Stafford, B. R. Barrett // Phys. Stat. Sol. (B). – 2002. – Vol. 230. – P. 419. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0206294>
96. **Kuzmenko, T.** Dynamical symmetries in Kondo tunneling through complex quantum dots / T. Kuzmenko, K. Kikoin, Y. Avishai // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – P. 156602. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0206050>
97. **Chen, Yueh-Nan.** Resonant tunneling of quantum dot in a microcavity / Chen Yueh-Nan, Chuu Der-San // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66. – P. 165316. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0204188>
98. **Yi-feng, Yang.** Submergence of the Sidebands in the Photon-assisted Tunneling through a Quantum Dot Weakly Coupled to Luttinger Liquid Leads / Yi-feng, Yang, Tsung-han Lin. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0203244>
99. **Ping Zhang.** Magnetoresistance of a mesoscopic tunneling quantum dot / Ping Zhang, Qi-Kun Xue, X. C. Xie. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0201465>
100. **Bing Dong.** Kondo effect and anti-ferromagnetic correlation in transport through tunneling-coupled double quantum dots / Bing Dong, X. L. Lei. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0112500>
101. **Renzoni, F.** Charge transport through quantum dots via time-varying tunnel couplings / F. Renzoni, T. Brandes. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0109335>

102. **Qing-feng Sun.** Double quantum dots: interdot interactions, co-tunneling, and Kondo resonances without spin / Qing-feng Sun, Hong Guo // *Phys. Rev. B.* – 2002. – Vol. 66. – P. 155308. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0109145>
103. **Avishai, Y.** Kondo tunneling through a biased quantum dot / Y. Avishai, K. Kikoin – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0105206>
104. **Qing-feng Sun.** Excess Kondo resonance in a quantum dot device with normal and superconducting leads: the physics of Andreev-normal co-tunneling / Qing-feng Sun, Hong Guo, Tsung-han Lin // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – Vol. 87. – P. 176601. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0105120>
105. **Wegewijs, M. R.** Inelastic co-tunneling through an excited state of a quantum dot / M. R. Wegewijs, Yu. V. Nazarov. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0103579>
106. **Shi, J.** Dephasing Effect in Photon-Assisted Resonant Tunneling through Quantum Dots / J. Shi, Zh. Ma, X. C. Xie. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0103537>
107. **Katz, D.** Control of charging in resonant tunneling through InAs nanocrystal quantum dots / D. Katz, O. Millo, Shi-Hai Kan, U. Banin. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0103110>
108. Resonant Tunnelling through InAs Quantum Dots in Tilted Magnetic Fields: Experimental Determination of the g-factor Anisotropy / J. M. Meyer, I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, R. J. Haug, K. Pierz // *Physica Status Solidi (B)*. – 2001. – Vol. 224, № 3. – P. 685. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0009348>
109. **Fujisawa, T.** Inelastic tunneling in a double quantum dot coupled to a bosonic environment / T. Fujisawa, Wilfred G. van der Wiel, Leo P. Kouwenhoven // *Physica E.* – 2000. – Vol. 7. – P. 413. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0007199>
110. Magnetic-field-induced singularities in spin dependent tunneling through InAs quantum dots / I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. Frahm, A. G. M. Jansen, R. J. Haug, K. Pierz // *Phys. Rev. B.* – 2000. – Vol. 62, № 19. – P. 12621. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0003400>
111. **Burkard, G.** Spin interactions and switching in vertically tunnel-coupled quantum dots / G. Burkard, G. Seelig, D. Loss // *Phys. Rev. B.* – 2000. – Vol. 62. – P. 2581. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9910105>
112. **Rodrigues, E. S.** Non Linear Effects in Resonant Tunneling Through a Quantum Dot / E. S. Rodrigues, E. V. Anda, P. Orellana. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9903384>
113. **Partoens, B.** Interplay between tunneling and exchange effects in the two electron double quantum dot molecule / B. Partoens, A. Matulis, F. M. Peeters. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9902240>
114. **Kaminski, A.** Mesoscopic fluctuations of tunneling through double quantum dots / A. Kaminski, L. I. Glazman. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9810237>
115. **Jouault, B.** The theory of magneto-transport in quantum dots: 3D-0D and 2D-0D tunnelling and selection rules for the angular momentum / B. Jouault, M. Boero, G. Faini, J. C. Inkson. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9809071>
116. **Kicheon, K.** Effect of Quantum Confinement on Electron Tunneling through a Quantum Dot / K. Kicheon, B. I. Min. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9703128>
117. **Aleiner, I. L.** Dephasing and the Orthogonality Catastrophe in Tunneling through a Quantum Dot: the «Which Path?» Interferometer / I. L. Aleiner, Ned S. Wingreen, Meir Yigal. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9702001>
118. **Matveev, K. A.** Coulomb Blockade of Tunneling Through a Double Quantum Dot / K. A. Matveev, L. I. Glazman, H. U. Baranger. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9512082>
119. Резонансное туннелирование дырок в двухбарьерных структурах с квантовыми точками InAs в центре квантовой ямы GaAs / Е. Н. Морозова, О. Н. Макаров-

- ский, В. А. Волков, Ю. В. Дубровский, Л. Turyanska, Е. Е. Вдовин, А. Patané, L. Eaves, M. Henini // Физика и техника полупроводников. – 2005. – Т. 39, № 5. – С. 573–576.
120. **Галкин, Н. Г.** Внутризонное поглощение электромагнитного излучения квантовыми наноструктурами с параболическим потенциалом конфайнмента / Н. Г. Галкин, В. А. Маргулис, А. В. Шорохов // Физика твердого тела. – 2001. – Т. 43, № 3. – С. 511–519.
121. **Гейлер, В. А.** Проводимость квантовой проволоки в продольном магнитном поле / В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, Л. И. Филина // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1998. – Т. 113, № 4. – С. 1377–1396.
122. **Ullien, D.** The effect of the number of parallel DNA molecules on electric charge – transport through “standing DNA” / D. Ullien, H. Cohen, D. Porath // Nanotechnology. – 2007. – Vol. 18, № 42. – P. 424015(1–4).
123. **Yanagi, H.** Nanofabrication of gold particles in glass films by AFM-assisted local reduction / H. Yanagi, T. Ohno // Langmuir. – 1999. – Vol. 15, № 14. – P. 4773–4776.
124. **Bychkov, A. M.** 0.4 and 0.7 conductance anomalies in quantum point contacts / A. M. Bychkov, T. M. Stace // Nanotechnology. – 2007. – Vol. 18. – P. 185403-1–185403-5.
125. **Манцевич, В. Н.** «Неравновесные эффекты и нестационарный электронный транспорт в полупроводниковых наноструктурах с межчастичным взаимодействием : дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.04.10 / Манцевич В. Н. – Москва : Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 2014. – 337 с.
126. Влияние внешнего электрического поля на оптические свойства квантовой молекулы с резонансными состояниями / В. Ч. Жуковский, В. Д. Кревчик, А. Б. Грунин, М. Б. Семенов, Р. В. Зайцев // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. – 2013. – № 1. – С. 52–59.
127. Влияние внешнего электрического поля на оптические свойства квантовой молекулы с резонансным u - состоянием D_2^- -центра / В. Ч. Жуковский, В. Д. Кревчик, А. Б. Грунин, М. Б. Семенов, Р. В. Зайцев // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. – 2013. – № 5. – С. 58–64.
128. **Галицкий, В. М.** Задачи по квантовой механике / В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган. – 2-е изд. – Москва, 1992. – 880 с.
129. **Бейтмен, Г.** Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – Москва, 1973. – Т. 1, 2.

References

1. Aleshkin V. Ya., Gavrilenko L. V., Odnoblyudov M. A., Yassievich I. N. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2008, vol. 42, no. 8, pp. 899–922. [In Russian]
2. Legget E. Dzh., Ovchinnikov Yu. N., Krevchik V. D., Semenov M. B., Krevchik P. V. et al. *Upravlyаемое dissipativnoe tunnelirovanie. Tunnel'nyy transport v nizko-razmernykh sistemakh: monografiya, posvyashchennaya pamyati akademika RAN A. I. Larkina* [Controlled dissipative tunneling. Tunnel transport in low-dimensional systems: monograph commemorating A. L. Larkin, academician of the Russian Academy of Sciences]. Moscow: Fizmatlit, 2012, 495 p. [In Russian]
3. Dakhnovskiy Yu. I., Ovchinnikov A. A., Semenov M. B. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 1987, vol. 92, no. 3, pp. 955–967. [In Russian]
4. Aringazin A. K., Dahnovsky Yu. I., Krevchik V. D., Semenov M. B., Ovchinnikov A. A., Yamamoto K. *Physical Review B*. 2003, vol. 68, pp. 155426-1–155426-12.

5. Ivlev B. I., Ovchinnikov Yu. N. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 1987, vol. 93, no. 2 (8), pp. 668–679. [In Russian]
6. Zhukovskiy V. Ch., Krevchik V. D., Semenov M. B., Ternov A. I. *Kvantovye efekty v mezoskopicheskikh sistemakh Ch. I. Kvantovoe tunnelirovanie s dissipatsiyey* [Quantum effects in mesoscopic systems. Part 1. Quantum tunneling with dissipation]. Moscow: Izd-vo fizicheskogo f-ta MGU, 2002, 108 p. [In Russian]
7. Aryngazin A. K., Dakhnovskiy Yu. I., Zhukovskiy V. Ch., Krevchik V. D., Ovchinnikov A. A., Semenov M. B., Ternov A. I. *Vvedenie v sovremennuyu mezoskopiku* [Introduction to modern mesoscopy]. Penza: Izd-vo PGU, 2003, 570 p. [In Russian]
8. Golovach V. N., Loss Daniel *Transport through a double quantum dot in the sequential- and co- tunneling regimes*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0308241>.
9. Alexandrov A. S., Bratkovsky A. M., Williams R. S. *Bi-stable tunneling current through a molecular quantum dot*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0204387>.
10. Benderskii V. A., Makarov D. E., Wight C. A. *Chemical Dynamics at Low Temperatures*. New York: Willey-Interscience, 1994, p. 385.
11. Qin H., Holleitner A. W., Eberl K., Blick R. H. *Superposition of photon- and phonon-assisted tunneling in coupled quantum dots*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0011155>.
12. Grodecka A., Machnikowski P., Forstner J. *Phonon-assisted tunneling between singlet states in two-electron quantum dot molecules*. Available at: [arXiv:0803.1734v2](https://arxiv.org/abs/0803.1734v2) [cond-mat.mes-hall]
13. Trocha P., Rudzinski W. *ACTA PHYSICA POLONICA A*. 2013, vol. 124, no. 5, pp. 843–845.
14. Braakman F. R., Barthelemy P., Reichl Ch., Wegscheider W., Vandersypen L. M. K. *Photon- and phonon-assisted tunneling in the three-dimensional charge stability diagram of a triple quantum dot array*. Available at: [arXiv:1303.2533v1](https://arxiv.org/abs/1303.2533v1) [cond-mat.mes-hall]
15. Mielnik-Pyszcorski A., Gawarecki K., Machnikowski P. *Phonon-assisted tunnelling of electrons in a quantum well-quantum dot injection structure*. Available at: [arXiv:1405.5067v1](https://arxiv.org/abs/1405.5067v1) [cond-mat.mes-hall]
16. Jouault B., Boero M., Faini G., Inkson J. C. *The theory of magneto – transport in quantum dots: 3D – 0D and 2D – 0D tunneling and selection rules for the angular momentum*. Available at: [http://arXiv.org/abs/cond-mat/9809071](https://arxiv.org/abs/cond-mat/9809071) (accessed 30.05.2015).
17. Li-jun Liu., Du Yuan-tai, Zhou Hong, Lin Tsung-han *Phys. Rev. B*. 1996, vol. 54, no. 3, pp. 1953–1958.
18. Venkatesan A. *Dissipation due to tunneling two-level systems in gold nanomechanical resonators*. Available at: [arXiv:0912.1281v1](https://arxiv.org/abs/0912.1281v1) [cond-mat.mes-hall]
19. Bomze Yu. *Resonant Tunneling in a Dissipative Environment*. Available at: [arXiv:1010.1527v1](https://arxiv.org/abs/1010.1527v1) [cond-mat.mes-hall]
20. Ferry D. K., Goodnick S. M., Bird J. *Transport in Nanostructures*. Available at: <http://www.cambridge.org/9780521877480>
21. Boese D., Governale M., Rosch A., Zuelicke U. *Phys. Rev. B*. 2001, vol. 64, p. 085315. Available at: [http://arXiv.org/abs/cond-mat/0103372](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0103372) (accessed 29.05.2015).
22. Tserkovnyak Y., Halperin B. I., Auslaender O. M., Yacoby A. *Phys. Rev. Lett.* 2002, vol. 89, pp. 136805. Available at: [http://arXiv.org/abs/cond-mat/0204387](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0204387) (accessed 29.05.2015).

23. Foa Torres L. E. F., Lewenkopf C. H., Pastawski H. M. *Coherent versus sequential electron tunneling in quantum dots*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0306148> (accessed 29.05.2015).
24. Vorrath T., Brandes T. *Phys. Rev. B*. 2003, vol. 68, p. 035309. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0305439>.
25. Hübers H.-W., Pavlov S. G., Lynch S. A. et al. *Phys. Rev. B*. 2013, vol. 88, p. 035201.
26. Zhukavin R. Kh., Shastin V. N., Pavlov S. G. et al. *J. Appl. Phys.* 2007, vol. 102, p. 093104.
27. Hübers H.-W., Pavlov S. G., Zhukavin R. Kh., Shastin V. N. *Terahertz Science and Technology*. 2014, vol. 7, no. 4, pp. 172–180
28. Köhler R., Tredicucci A., Beltram F. et al. *Nature*. 2002, vol. 417, pp. 156–159.
29. Tonouchi M. *Nature Photonics*. 2007, vol. 1, no. 2, pp. 97–105.
30. Firsov D. A., Shalygin V. A., Panevin V. Yu., Melent'ev G. A., Sofronov A. N. et al. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2010, vol. 44, no. 11, pp. 1443–1446. [In Russian]
31. Firsov D. A., Vorob'ev L. E., Panevin V. Yu., Sofronov A. N., Balagula R. M., Makhov I. S., Kozlov D. V., Vasil'ev A. P. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2015, vol. 49, no. 1, pp. 30–34. [In Russian]
32. Ovchinnikov Yu. N. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 2007, vol. 131, no. 2, pp. 286–290. [In Russian]
33. Antonov D. A., Vugal'ter G. A., Gorshkov O. N., Kasatkin A. P., Filatov D. O., Shenina M. E. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. Seriya: Fizika tverdogo tela* [Bulletin of Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod. Series: Solid state physics]. 2007, no. 3, pp. 55–60. [In Russian]
34. Krevchik V. D., Semenov M. B., Filatov D. O., Krevchik P. V. et al. *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Letters to the Journal of experimental and theoretical physics]. 2016, vol. 104, no. 6, pp. 406–412. [In Russian]
35. Gorokhov D. A., da Silveira Rava A. *Ultrasharp crossover from quantum to classical decay in a quantum dot flanked by a double – barrier tunneling structure*. Available at: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0308023> (accessed 29.05.2015).
36. Thielmann A., Hettler M. H., König J., Schön G. *Phys. Rev. B*. 2003, vol. 68, p. 115105. Available at: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0302621> (accessed 29.05.2015).
37. Khanin Yu. N., Vdovin E. E., Dubrovskiy Yu. V. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2004, vol. 38, no. 4, pp. 436–447. [In Russian]
38. Burdov V. A., Solenov D. S. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 2004, vol. 125, no. 3, pp. 684–692. [In Russian]
39. Caldeira A. O., Leggett A. J. *Phys. Rev. Lett.* 1981, vol. 46, no. 4, pp. 211–214.
40. Larkin A. I., Ovchinnikov Yu. N. *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Letters to the Journal of experimental and theoretical physics]. 1983, vol. 37, no. 7, pp. 322–325. [In Russian]
41. Ternov I. M., Zhukovskiy V. Ch., Borisov A. V. *Kvantovaya mekhanika i makroskopicheskie efekty* [Quantum mechanics and macroscopic effects]. Moscow: Izd-vo MGU, 1993, 198 p. [In Russian]
42. Landau L. D., Lifshits E. M. *Teoreticheskaya fizika: ucheb. posobie: v 10 t. T. 3. Kvantovaya mekhanika. Nerelativistskaya teoriya* [Theoretical physics: teaching aid: in 10 volumes. Volume 3. Quantum mechanics. Nonrelativistic theory]. Moscow: Nauka, 1989. [In Russian]
43. Imri Y. *Vvedenie v mezoskopicheskuyu fiziku* [Introduction to mesoscopic physics]. Moscow: Fizmat-lit, 2002, 304 p. [In Russian]

44. Caldeira A. O., Leggett A. J. *Ann. of Phys.* 1983, vol. 149, no. 2, pp. 374–456.
45. York J. T., Coalson R. D., Dahnovsky Yu. *Phys. Rev. B.* 2002, vol. 65, pp. 235321–1–235321–8.
46. Kiselev M. N., Kikoin K., Molenkamp L. W. *Phys. Rev. B.* 2003, vol. 68, p. 155323. Available at: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0308619> (accessed 30.05.2015).
47. Sprekeler H., Kiesslich G., Wacker A., Schoell E. *Coulumb effects in tunneling through a quantum dot stack*. Available at: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0309696> (accessed 30.05.2015).
48. Tavares Marcos R. S., Hai G. Q., Marques G. E. *Tunneling effects on impurity spectral function in coupled asymmetric quantum wires*. Available at: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0308191> (accessed 30.05.2015).
49. Slobodskyy A., Gould C., Slobodskyy T., Becker C. R., Schmidt G., Molenkamp L. W. *Voltage – controlled spin selection in a magnetic resonant tunneling diode*. Available at: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0305124> (accessed 29.05.2015).
50. Vandersypen L. M. K., Elzerman J. M., Schouten R. N., L. H. Willems van Beveren, Hanson R., Kouwenhoven L. P. *Applied Physics Letters*. 2004, vol. 85, no. 19, pp. 4394–4396.
51. Kouwenhoven L. P., Jauhar S., Orenstein J., McEuen P. L., Nagamune Y., Motohisa J., Sakaki H. *Phys. Rev. Lett.* 1994, vol. 73, no. 25, pp. 3443–3446.
52. Bakkers E. P. A. M., Hens Z., Zunger A., Franceschetti A., Kouwenhoven L. P., Gurevich L., Vanmaekelbergh D. *Nano Letters*. 2001, vol. 1, no. 10, pp. 551–556.
53. Zerova V. L., Kapaev V. V., Vorob'ev L. E., Firsov D. A., Schmidt S., Zibik E. A., Seilmeier A., Towe E. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2004, vol. 38, no. 12, pp. 1455–1462. [In Russian]
54. Khabarov Yu. V., Kapaev V. V., Petrov V. A. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2004, vol. 38, no. 4, pp. 455–464. [In Russian]
55. Vorob'ev L. E., Panevin V. Yu., Fedosov N. K., Firsov D. A., Shalygin V. A., Kapaev V. V., Hanna S., Schmidt S., Zibik E. A., Seilmeier A. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2005, vol. 39, no. 1, pp. 49–52. [In Russian]
56. Khanin Yu. N., Dubrovskiy Yu. V., Vdovin E. E. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2003, vol. 37, no. 6, pp. 717–723. [In Russian]
57. Dixon D., Kouwenhoven L. P., McEuen P. L., Nagamune Y., Motohisa J., Sakaki H. *Phys. Rev. B.* 1996, vol. 53, no. 19, pp. 12625–12628.
58. Van der Vaart N. C., van Steveninck M. P. de Ruyter, Kouwenhoven L. P., Johnson A. T., Nazarov Yu. V., Harmans C. J. P. M., Foxon C. T. *Phys. Rev. Lett.* 1994, vol. 73, no. 2, pp. 320–323.
59. Nitzan A. *Annual Reviews of Physical Chemistry*. 2001, vol. 52, pp. 681–750.
60. Benjamin I., Evans D., Nitzan A. *Journal of Chemical Physics*. 1997, vol. 106, pp. 1291–1293.
61. Ireneusz W., König Jürgen, Martinek Jan, Barnas Józef, Schön Gerd *Phys. Rev. B.* 2005, vol. 72, p. 115334. DOI 10.1103/PhysRevB.72.115334,
62. Könenmann J., Kubala B., König J., Haug R. J. *Tunneling resonances in quantum dots: Coulomb interaction modifies the width*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0506505>
63. Kwapinski T., Taranko R., Taranko E. *Photon-assisted electron transport through a three-terminal quantum dot system with nonresonant tunneling channels*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0501634>
64. Thielmann A., Hettler M. H., König J., Schön G. *Co-tunneling current and shot noise in quantum dots*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0501534>

65. Huettel A. K. *Control of the tunnel splitting in a one-electron double quantum dot*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0501012>
66. Hanson R., L. H. Willems van Beveren, Vink I. T., Elzerman J. M., Naber W. J. M., Koppens F. H. L., Kouwenhoven L. P., Vandersypen L. M. K. *Single-shot readout of electron spin states in a quantum dot using spin-dependent tunnel rates*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0412768>
67. Rudzinski W., Barnas J., Swirkowicz R., Wilczynski M. *Spin effects in electron tunnelling through a quantum dot coupled to non-collinearly polarized ferromagnetic leads*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0409386>
68. Xiufeng Cao, Yaoming Shi, Xiaolong Song, Shiping Zhou, Hao Chen *Spin-dependent Andreev reflection tunneling through a quantum dot with intradot spin-flip scattering*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0409180>
69. Rontani M., Molinari E. *Phys. Rev. B*. 2005, vol. 71, pp. 233106. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0408454>.
70. Hanson R., Vink I. T., DiVincenzo D. P., Vandersypen L. M. K., Elzerman J. M., L. H. Willems van Beveren, Kouwenhoven L. P. *Determination of the tunnel rates through a few-electron quantum dot*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0407793>
71. Bing Dong, Cui H. L., Lei X. L., Norman J., Horing M. *Phys. Rev. B*. 2005, vol. 71, p. 45331. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0407655>
72. Ciorga M., Pioro-Ladrière M., Zawadzki P., Lapointe J., Wasilewski Z., Sachrajda A. S. *Coulomb and Spin blockade of two few-electrons quantum dots in series in the co-tunneling regime*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0407071>
73. Djuric I., Bing Dong, Cui H. L. *IEEE transactions on Nanotechnology* 4. 2005, vol. 71. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0406679>
74. Ryndyk D. A., Keller J. *Inelastic resonant tunneling through single molecules and quantum dots: spectrum modification due to nonequilibrium effects*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0406181>
75. Ota T., Ono K., Stopa M., Hatano T., Tarucha S., Song H. Z., Nakata Y., Miyazawa T., Ohshima T., Yokoyama N. *Phys. Rev. Lett.* 2004, vol. 93, p. 066801. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0405545>
76. Bing Dong, Djuric I., Cui H. L., Lei X. L. *J. Phys.: Cond. Matter* 16. 2004, p. 4303. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403741>.
77. Villas-Boas J. M., Ulloa E. Sergio, Nelson Studart *Phys. Rev. B*. 2004, vol. 70, p. 041302 (R). Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403447>
78. Villas-Boas J. M., Govorov A. O., Ulloa E. Sergio *Phys. Rev. B*. 2004, vol. 69, p. 125342. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403445>
79. Nauen A., Hohls F., Maire N., Pierz K., Haug. R. J. *Shot noise in tunneling through a single quantum dot*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0403108>
80. Bing Dong, Cui H. L., Lei X. L. *Phys. Rev. B*. 2004, vol. 69, p. 205315. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0402684>
81. Sprekeler H., Kiesslich G., Wacker A., Schoell E. *Phys. Rev. B*. 2004, vol. 69, p. 125328. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0309696>
82. Sprekeler H., Kiesslich G., Wacker A., Schoell E. *Semicond. Sci. Technol.* 2004, vol. 19, p. S37. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0309027>
83. Kiselev M. N., Kikoin K., Molenkamp L.W. *Phys. Rev. B*. 2003, p. 155323. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0308619>
84. Taranko R., Kwapinski T., Taranko E. *Influence of microwave fields on the electron transport through a quantum dot in the presence of a direct tunneling between leads*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0304121>
85. Björn Kubala., Jürgen König *Phys. Rev. B*. 2003, vol. 67, p. 205303. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0212536>

86. Kuzmenko T., Kikoin K., Avishai Y. *Europhys. Lett.* 2003, vol. 64, p. 218. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0211281>
87. Thorwart M., Grifoni M., Cuniberti G., Postma H. W. Ch., Dekker C. *Phys. Rev. Lett.* 2002, vol. 89, p. 196402. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0210511>
88. Hapke-Wurst I., Zeitler U., Keyser U. F., Pierz K., Ma Z., Haug R. J. *Tuning the onset voltage of resonant tunneling through InAs quantum dots by growth parameters.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0210375>
89. Kiesslich G., Wacker A., Schoell E., Nauen A., Hohls F., Haug R. J. *Phys. Status Solidi (C)*. 2003, p. 1293. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0209523>
90. David M., Kuo T., Chang Y. C. *Spontaneous spin polarized tunneling current through a quantum dot array.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0209499>
91. Osamu Sakai., Wataru Izumida *Study on the Kondo effect in the tunneling phenomena through a quantum dot.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0208505>
92. Aldea A., Moldoveanu V., Tanatar B. *Tunneling properties of quantum dot arrays in strong magnetic field.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0207632>
93. Rojt P., Meir Y., Auerbach A. *Luttinger liquid behavior in tunneling through a quantum dot at zero magnetic field.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0207113>
94. Kiselev M. N., Kikoin K., Molenkamp L. W. *Electric Field Induced Kondo Tunneling Through Double Quantum Dot.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0206503>
95. Cardamone D. M., Stafford C. A., Barrett B. R. *Phys. Stat. Sol. (B)*. 2002, vol. 230, p. 419. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0206294>
96. Kuzmenko T., Kikoin K., Avishai Y. *Phys. Rev. Lett.* 2002, vol. 89, p. 156602. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0206050>
97. Chen Yueh-Nan., Chuu Der-San *Phys. Rev. B*. 2002, vol. 66, p. 165316. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0204188>
98. Yi-feng Yang, Tsung-han Lin *Submergence of the Sidebands in the Photon-assisted Tunneling through a Quantum Dot Weakly Coupled to Luttinger Liquid Leads.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0203244>
99. Ping Zhang, Qi-Kun Xue, Xie X. C. *Magnetoresistance of a mesoscopic tunneling quantum dot.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0201465>
100. Bing Dong, Lei X. L. *Kondo effect and anti-ferromagnetic correlation in transport through tunneling-coupled double quantum dots.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0112500>
101. Renzoni F., Brandes T. *Charge transport through quantum dots via time-varying tunnel couplings.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0109335>
102. Qing-feng Sun, Hong Guo *Phys. Rev. B*. 2002, vol. 66, p. 155308. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0109145>
103. Avishai Y., Kikoin K. *Kondo tunneling through a biased quantum dot.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0105206>
104. Qing-feng Sun, Hong Guo, Tsung-han Lin *Phys. Rev. Lett.* 2001, vol. 87, p. 176601. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0105120>
105. Wegewijs M. R., Nazarov Yu. V. *Inelastic co-tunneling through an excited state of a quantum dot.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0103579>
106. Shi J., Ma Zh., Xie X. C. *Dephasing Effect in Photon-Assisted Resonant Tunneling through Quantum Dots.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0103537>
107. Katz D., Millo O., Shi-Hai Kan, Banin U. *Control of charging in resonant tunneling through InAs nanocrystal quantum dots.* Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0103110>
108. Meyer J. M., Hapke-Wurst I., Zeitler U., Haug R. J., Pierz K. *Physica Status Solidi (B)*. 2001, vol. 224, no. 3, p. 685. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0009348>

109. Fujisawa T., Wilfred G. van der Wiel, Kouwenhoven Leo P. *Physica E*. 2000, vol. 7, p. 413. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0007199>
110. Hapke-Wurst I., Zeitler U., Frahm H., Jansen A. G. M., Haug R. J., Pierz K. *Phys. Rev. B*. 2000, vol. 62, no. 19, pp. 12621. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0003400>
111. Burkard G., Seelig G., Loss D. *Phys. Rev. B*. 2000, vol. 62, p. 2581. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9910105>
112. Rodrigues E. S., Anda E. V., Orellana P. *Non Linear Effects in Resonant Tunneling Through a Quantum Dot*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9903384>
113. Partoens B., Matulis A., Peeters F. M. *Interplay between tunneling and exchange effects in the two electron double quantum dot molecule*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9902240>
114. Kaminski A., Glazman L. I. *Mesoscopic fluctuations of tunneling through double quantum dots*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9810237>
115. Jouault B., Boero M., Faini G., Inkson J. C. *The theory of magneto-transport in quantum dots: 3D-0D and 2D-0D tunnelling and selection rules for the angular momentum*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9809071>
116. Kicheon K., Min B. I. *Effect of Quantum Confinement on Electron Tunneling through a Quantum Dot*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9703128>
117. Aleiner I. L., Ned S. Wingreen, Meir Yigal *Dephasing and the Orthogonality Catastrophe in Tunneling through a Quantum Dot: the «Which Path?» Interferometer*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9702001>
118. Matveev K. A., Glazman L. I., Baranger H. U. *Coulomb Blockade of Tunneling Through a Double Quantum Dot*. Available at: <http://www.arxiv.org/cond-mat/9512082>
119. Morozova E. N., Makarovskiy O. N., Volkov V. A., Dubrovskiy Yu. V., Turyanska L., Vdovin E. E., Patané A., Eaves L., Henini M. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2005, vol. 39, no. 5, pp. 573–576. [In Russian]
120. Galkin N. G., Margulis V. A., Shorokhov A. V. *Fizika tverdogo tela* [Solid-state physics]. 2001, vol. 43, no. 3, pp. 511–519. [In Russian]
121. Geyler V. A., Margulis V. A., Filina L. I. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 1998, vol. 113, no. 4, pp. 1377–1396. [In Russian]
122. Ullien D., Cohen H., Porath D. *Nanotechnology*. 2007, vol. 18, no. 42, p. 424015(1-4).
123. Yanagi H., Ohno T. *Langmuir*. 1999, vol. 15, no. 14, pp. 4773–4776.
124. Bychkov A. M., Stace T. M. *Nanotechnology*. 2007, vol. 18, pp. 185403-1–185403-5.
125. Mantsevich V. N. *«Neravnovesnye efekty i nestatsionarnyy elektronnyy transport v poluprovodnikovyykh nanostrukturakh s mezhchastichnym vzaimodeystviem: dis. d-ra fiz.-mat. nauk: 01.04.10* [Non-equilibrium effects and non-stationary electron transport in semiconductor nanostructures with interparticle interaction: dissertation to apply for the degree of the doctor of physical and mathematical sciences: 01.04.10]. Moscow: Fizicheskiy fakul'tet MGU im. M. V. Lomonosova, 2014, 337 p. [In Russian]
126. Zhukovskiy V. Ch., Krevchik V. D., Grunin A. B., Semenov M. B., Zaytsev R. V. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 3: Fizika. Astronomiya* [Bulletin of Moscow University. Series 3: Physics. Astronomy]. 2013, no. 1, pp. 52–59. [In Russian]
127. Zhukovskiy V. Ch., Krevchik V. D., Grunin A. B., Semenov M. B., Zaytsev R. V. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 3: Fizika. Astronomiya* [Bulletin of Moscow University. Series 3: Physics. Astronomy]. 2013, no. 5, pp. 58–64. [In Russian]

128. Galitskiy V. M., Karnakov B. M., Kogan V. I. *Zadachi po kvantovoy mekhanike* [Quantum mechanics issues]. 2nd ed. Moscow, 1992, 880 p. [In Russian]
129. Beytmen G., Erdeyi A. *Vysshie transtsendentnye funktsii* [Higher transcendental functions]. Moscow, 1973, vol. 1, 2. [In Russian]

Кревчик Владимир Дмитриевич

доктор физико-математических наук,
профессор, декан факультета
информационных технологий
и электроники, Пензенский
государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Krevchik Vladimir Dmitrievich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, dean of the faculty
of information technology and electronics,
Penza State University (40 Krasnaya
street, Penza, Russia)

Семенов Михаил Борисович

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
физики, Пензенский государственный
университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Semenov Mikhail Borisovich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, head of the
sub-department of physics, Penza
State University (40 Krasnaya street,
Penza, Russia)

Кревчик Павел Владимирович

аспирант, Пензенский
государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Krevchik Pavel Vladimirovich

Postgraduate student, Penza State
University (40 Krasnaya street,
Penza, Russia)

Образец цитирования:

Кревчик, В. Д. Квантовое туннелирование с диссипацией: приложение к туннельному транспорту для полупроводниковых квантовых точек в системе совмещенного АСМ/СТМ в условиях внешнего электрического поля (обзор). Часть II / В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, П. В. Кревчик // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2020. – № 4 (56). – С. 132–185. – DOI 10.21685/2072-3040-2020-4-9.